

ESTUDO E APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS

FINITOS A BARRAGENS DE TERRA

Cláudio Fernando Mahler

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.).

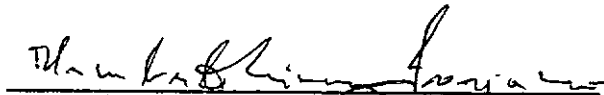
Aprovada por:



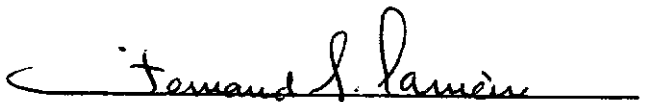
Presidente
Willy A. Lacerda



Patrick Pichavant



Humberto L. Soriano



Fernando Luiz Lobo B. Carneiro

RIO DE JANEIRO
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL
JULHO DE 1974

"De todo o escrito sô me agrada
aquilo que uma pessoa escreveu
com o seu sangue. Escreve com
sangue e aprenderás que o san-
gue é espírito".

Zaratustra

À Anamaria, Gabriel e todos que di
reta ou indiretamente participaram deste
trabalho.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Professor Willy A.Lacerda, pela amizade e orien
tação.

Aos Professores Fernando L.B.Lobo Carneiro e Jacques
de Medina, pela compreensão e incentivo.

Aos Professores Patrick Pichavant, Humberto Lima So
riano e Pablo Bignon, pelo auxílio na programação automática e no
estudo do Método dos Elementos Finitos.

A Alvaro Maia da Costa, Abimael Loula, Nelson Ebecken,
Raul Feijoo, Mitsuo Tsutsumi e Jorge Fujii.

Ao Professor Paulo Cruz pelas interessantes suges -
tões.

À COPPE, na pessoa de seu Diretor, Professor Sydney
M.G. dos Santos.

Aos funcionários da COPPE, em particular a Heloisa
Martins e a Marilda Santos.

Ao pessoal do Núcleo de Computação Eletrônica da Uni
versidade Federal do Rio de Janeiro.

A Beatriz Moojen e Cristina Raymundo pela simpatia
e cuidado com que datilografaram este trabalho.

S U M Á R I O

Análise bidimensional, estática de Barragens de Terra é realizada pelo Método dos Elementos Finitos, usando-se elementos isoparamétricos.

Faz-se um estudo do método e elemento utilizado juntamente com a elaboração de um programa automático.

Comentários sobre simulações lineares e não lineares da construção de barragens são feitos e alguns exemplos apresentados.

Simula-se com o programa automático o enchimento do reservatório em um modelo.

Um estudo da influência dos parâmetros elásticos é realizado.

São ainda feitas algumas sugestões quanto à aplicações do método a Barragens de Terra e dos ensaios especiais a serem realizados em laboratório.

A B S T R A C T

Static, two-dimensional analysis of earth dams is conducted by the Finite Element Method, using isoparametric elements.

A study of the method and element used is made and a computer program is developed.

Comments on linear and non linear simulations of an earth dam construction are made; some examples are shown.

The effect of reservoir filling on a model is simulated with the computer program.

A study of the influence of the elastic parameter's is made.

Suggestions about the application of the method to earth dams and special tests to be made in laboratory are also made.

Í N D I C E

CAPÍTULOS		PÁGINAS
I	INTRODUÇÃO	1
II	POSSÍVEIS APLICAÇÕES DO MÉTODO DOS ELEMEN <u>TOS</u> FINITOS AO ESTUDO DE BARRAGENS DE TER <u>RA</u> E ENROCAMENTO	7
III	O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	12
	3.1. Introdução	12
	3.2. Princípio da Energia Potencial Míni <u>ma</u>	14
	3.3. Descrição do Método	15
	3.3.1. Descretização da Estrutura	15
	3.3.2. Estudo de um Elemento	15
	3.3.3. Comportamento Global da Es - trutura Substituta	19
IV	O ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO	22
	4.1. Introdução	22
	4.2. Características do Elemento	23
	4.3. Matriz de Rigidez do Elemento	25
	4.4. Vetor de Cargas Consistentes	28
	4.5. Deformações e Tensões	29
	4.6. Integração Numérica	31
V	O PROCESSO DA SIMULAÇÃO	32
	5.1. Introdução	32
	5.2. Processos de Simulação	33
	5.3. Simulação de Modelos Reduzidos	42
	5.4. Comparação com Elemento de "FELIPPA"	44
VI	ANÁLISE NÃO LINEAR	46
	6.1. Generalidades	46
	6.2. Soluções Técnicas de Análise Não Li <u>near</u>	47

CAPÍTULOS		PÁGINAS
	6.3. Simulação das Curvas Tensão-Deforma <u>ção</u>	52
	6.3.1. Simulação pela Forma Digital	53
	6.3.2. Simulação pela Forma Funcio- nal	56
VII	INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS ELÁSTICOS NOS RE <u>SULTADOS</u>	68
	7.1. Introdução	68
	7.2. Módulo de Elasticidade	68
	7.3. Coeficiente de Poisson	70
VIII	COMENTÁRIOS SOBRE OS ENSAIOS DE LABORATÓ <u>RIO</u>	88
	8.1. Generalidades	88
	8.2. Ensaio <u>s</u> recomendados nas Diversas Fa <u>ses</u> da Vida da Obra	89
	8.2.1. Fase de Construção da Barra- gem	89
	8.2.2. Fase de Enchimento do Reser- vatório	90
	8.2.3. Fase de Esvaziamento	91
	8.2.4. Deformação a Longo Prazo	91
	8.3. Fatores que afetam o Comportamento Tensão-Deformação dos Solos	92
IX	CONCLUSÃO	94
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96

APÊNDICES		PÁGINAS
1	MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA AUTOMÁTICO CLAUDIOM	103
2	SUBROTINAS UTILIZADAS NO PROGRAMA AUTOMÁTICO CLAUDIOM	121
3	MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA AUTOMÁTICO CAPRI	140
4	PROGRAMA AUTOMÁTICO CAPRI	144
5	ALGUMAS SUGESTÕES PARA PESQUISA	147

LISTA DE FIGURAS

FIGURAS		PÁGINAS
3.1.	Região bidimensional discretizada por um conjunto de elementos	12
4.1.	Elemento isoparamétrico quadrático Família Serendipity	23
4.2.	Elemento triangular. Ação das forças de massa	28
4.3.	Distribuição de cargas atuando no elemento isoparamétrico quadrático	29
4.4.	Distribuição dos pontos de integração(n) no elemento	31
5.1.	Redes adotadas para o estudo da influência do número de camadas	36
5.2.	Deslocamentos verticais em uma coluna construída sequencialmente	37
5.3.	Geometria da Barragem de Terra Modelo (GABRIEL 2)	38
5.4.	Rede de elementos finitos para a barragem modelo	38
5.5.	Contornos de deslocamentos para uma e seis etapas de construção da Barragem Modelo (GABRIEL 2)	40
5.6.	Contornos de tensões para uma e seis etapas de construção da Barragem Modelo (GABRIEL 2)	41
5.7.	Dimensões do modelo "REINIUS". Redes adotadas	43
5.8.	Pressões na fundação a jusante Modelo "REINIUS"	43

FIGURAS		PÁGINAS
5. 9.	Redes de elementos finitos para Barragem de Concreto "LYSMER e DUNCAN"	45
5.10.	Comparação de resultados entre elementos lineares (FELIPPA) e isoparamétricos	45
6. 1.	Curvas típicas de ensaios triaxiais <u>con</u> vencionais em solos	50
6. 2.	Técnica "mista" utilizada para análise não linear	51
6. 3.	Técnica incremental "Tensões Iniciais Pas <u>s</u> adas"	52
6. 4.	Substituição das curvas típicas de labo <u>r</u> atório por segmentos de reta	53
6. 5.	Barragem GABRIEL 2. Análise não linear (forma digital)	55
6. 6.	Curva Hiperbólica Tensão-Deformação	57
6. 7.	Curva Hiperbólica transformada Tensão - -Deformação	57
6. 8.	Desvios do comportamento ideal de <u>plota</u> gens transformadas	58
6. 9.	Variações do módulo tangente inicial com a pressão confinante sob condições de <u>en</u> saio triaxial drenado	59
6.10.	Variação de ϵ_r com ϵ_a	62
6.11.	Variação de P com a pressão confinante	63
6.12.	Variação do coeficiente de Poisson tan <u>g</u> ente calculado e medido	63
6.13.	Barragem GABRIEL 2. Análise não linear (forma funcional)	67

FIGURAS		PÁGINAS
7. 1.	Barragem Modelo GABRIEL 2. Sessões selecionadas	69
8. 1.	Forma esquemática de Barragem de Terra	90
A1. 1.	Figura elucidativa. Análise não linear (forma digital)	112
A1. 2.	Possíveis restrições do ponto nodal	114
A1. 3.	Exemplo de geração automática de pontos nodais	115
A1. 4.	Numeração do elemento (ordem)	115
A1. 5.	Exemplo de geração automática de elementos	116
A1. 6.	Incidência das forças de superfície em cada elemento	118
A1. 7.	Figura Elucidativa. Enchimento do reservatório	119

NOMENCLATURA

a	- inverso do módulo de elasticidade tangente inicial
b	- inverso da tensão deviatórica máxima (hiperbole)
[B]	- matriz relação deslocamento deformação (operador diferencial)
c	- coesão
[D]	- matriz de elasticidade
D_f	- máxima diferença entre os números dos pontos nodais de cada elemento
E	- módulo de elasticidade
E_t ou E_{tan}, E_i	- módulo de elasticidade tangente, inicial
E_p	- módulo de elasticidade transformado para plano de deformação
$\{F\}^e$ ou $\{F\}_p^e$	- vetor de forças nodais para um elemento
$\{F\}$	- vetor de forças nodais global
$\{g\}$	- vetor dos componentes de forças de massa
[J]	- matriz Jacobiana
[K]	- matriz de rigidez de um elemento
[K]	- matriz de rigidez global
\underline{K}	- relação σ_3/σ_1
K_h	- constante do módulo (hiperbole)
L	- largura de banda da matriz de rigidez global
L	- fator (exponencial)
m	- expoente (exponencial)
n	- expoente (hiperbole)

n_g	- número de graus de liberdade por ponto nodal
$[N]$	- matriz das funções de interpolação
P	- valor de ε_3 correspondente a ε_1 igual a 1% (exponencial)
$\{p\}$	- vetor dos componentes das forças de superfície
P_x, P_y	- força de massa na direção x , direção y
$QOPAZ$	- constante de redução
q	- expoente (exponencial)
R_f	- índice de ruptura (hiperbole)
t	- espessura
u	- deslocamento na direção x
U	- energia interna de deformação
v	- deslocamento na direção y
W	- energia potencial das forças externas
x	- abcissa } coordenadas
y	
	- ordenada } globais
$\gamma, \gamma_s, \gamma_w$	- peso específico, do material, do líquido
γ_{xy}	- deformação angular
$\{\delta\}, \{\delta\}^e$	- vetor dos componentes dos deslocamentos, nodais
Δ	- área do triângulo
$\Delta\varepsilon \Delta\sigma$	- incremento de deformação, de tensão
$\{\varepsilon\}, \{\varepsilon\}_o$	- vetor dos componentes de deformações, iniciais
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	- deformação na direção x , na direção y
$\varepsilon_a, \varepsilon_r, \varepsilon_v$	- deformação axial, radial, volumétrica

ϵ_1, ϵ_3	- deformação principal maior, menor
ξ	- abcissa } coordenadas
η	
	- ordenada } locais
ν, ν_t ou ν_{tan}	- coeficiente de Poisson, tangente
ν_p	- coeficiente de Poisson transformado para plano de deformação
π	- funcional da energia potencial total de um meio elástico
p_a	- pressão atmosférica
$\{\sigma\}, \{\sigma\}_0$	- vetor das componentes das tensões, iniciais
σ_d	- tensão deviatória
σ_x, σ_y	- tensão na direção x, na direção y
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	- tensão principal maior, intermediária, menor
$(\sigma_1 - \sigma_3)_f, (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$	- tensão deviatória na ruptura, máxima (hiperbole)
τ_{xy}	- tensão cisalhante no plano xy
ϕ	- ângulo de atrito interno

C A P Í T U L O I

1.1) INTRODUÇÃO

Barragens são, desde o estudo de viabilidade socioeconômica até o projeto e construção, obras dentre as de maior complexidade e importância na área da engenharia civil. Hathaway (1958) observou que construíram-se no Egito por volta de 2300 A.C. barragens de terra homogênea para controle de inundação e irrigação e que em 1100 D.C. construíram-se barragens que possuíam diversas das características técnicas das barragens modernas. Como exemplos têm-se as barragens do Lago Bhojpur na Índia, construídas com um núcleo central e superfícies a montante e a jusante de pedra de alvenaria, sendo que uma destas barragens com uma largura de base de 91 metros e altura de 26 metros, aproximadamente, está em uso ainda hoje. Estas barragens além de utilizarem importantes conceitos de zoneamento, crê-se ainda terem sido as primeiras a utilizarem filtros. Poder-se-ia citar também algumas das barragens existentes no Japão construídas a mais de 1500 anos. Observe-se que, muito embora algumas destas barragens primitivas tivessem características semelhantes às modernas, diversas delas romperam-se, pela não existência de uma base racional no projeto. Até 1850, o projeto de barragens era baseado em estudos empíricos, mas durante o período de 1850 a 1940, o desenvolvimento de novos processos de construção e equipamento, aliados ao desenvolvimento da energia elétrica, tornou economicamente possível e necessária a construção de barragens maiores, situadas por vezes em lugares mais distantes, mas que apresentavam vantagens em termos de potencial hidroelétrico. Além disso, com a expansão populacional e a melhora dos padrões de vida mínimos exigíveis, não apenas nos grandes centros urbanos, mas também em regiões afastadas, a água passou a desempenhar um papel ainda mais vital. Para usa-la racionalmente, é necessário armazená-la, o que implica na construção de barragens. Estudos estatísticos comprovam que o consumo de água está fortemente ligado ao padrão de vida da população. No Quadro I.1 é apresentada a evolução nacional em termos do número de barragens construídas por decênio

neste século.

A partir de 1940, equipamentos mais eficientes de movimentação e compactação de terra foram desenvolvidos. A este desenvolvimento na construção de barragens aliam-se melhorias no procedimento de análise de percolação e estabilidade de taludes, possibilitando a construção de barragens de complexidade e tamanho crescentes, conforme pode ser observado nos Quadros I.2 e I.3, onde apresentamos este desenvolvimento em termos nacionais e mundiais, respectivamente. Como consequência direta desta melhoria nos padrões de projeto e construção, locais de implantação de barragens e materiais de construção que no passado seriam recusadas, vêm atualmente sendo utilizadas, sendo cada vez mais comum a localização da barragem primordialmente em função do aproveitamento energético.

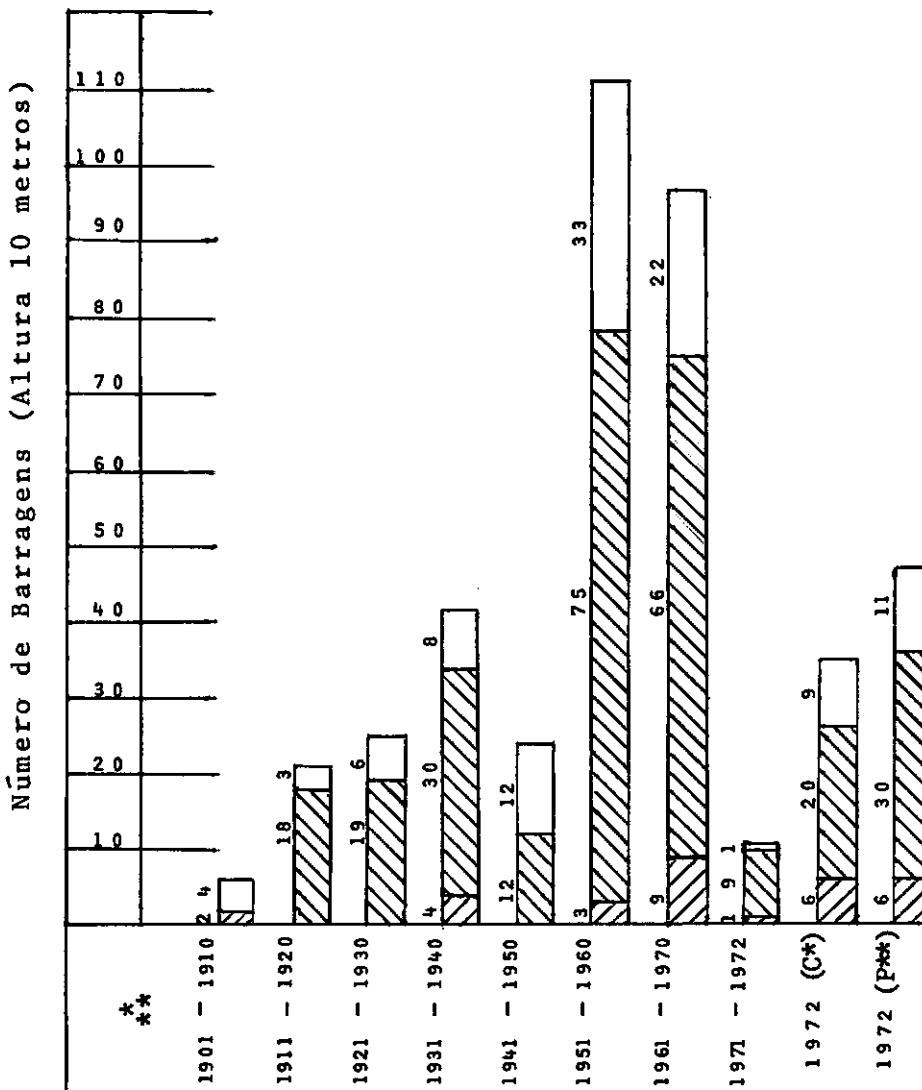
Paralelamente, tem sido utilizado com maior frequência nos últimos anos a instrumentação das barragens, para controlar seu comportamento durante e após a construção. Atualmente, quase todas as barragens de grande porte são instrumentadas, medindo-se movimentos internos e superficiais, bem como a pressão neutra. Com isto, o comportamento de uma barragem pode ser controlado rigidamente durante a construção, enchimento do reservatório, esvaziamento rápido e, em caso das leituras da instrumentação indicarem fenômenos imprevistos, medidas preventivas podem ser tomadas em tempo útil. O custo da instrumentação, estimado por Wilson (1968), em meio a um por cento do custo da barragem, é atualmente considerado um investimento conveniente, além de estudos dos resultados obtidos em barragens instrumentadas terem sido, em geral, muito bons, na revelação do comportamento das barragens (Casagrande, 1965; Squier, 1967; Wilson e Squier, 1969).

Os resultados dos estudos de instrumentação são importantes principalmente quando acompanhados ou utilizados em conexão com a análise das tensões e deformações da barragem. Esta análise fornecerá informações de grande ajuda no planejamento da instrumentação garantindo, ainda, que aspectos importantes do comportamento da barragem não deixarão de ser detetados. Além disso, as análises auxiliarão na interpretação dos resultados da instrumentação,

sendo que, quando os resultados das análises e das medições estiverem de acordo, será possível utilizar a análise para obter informações em regiões da barragem não instrumentadas. Portanto, estudos de instrumentação e análise de tensões e deformações fornecem uma combinação bastante positiva de técnicas no estudo do comportamento da barragem. Tal como resultados analíticos são úteis para planejar e interpretar estudos de instrumentação, também resultados da instrumentação são úteis para julgamento da precisão da análise.

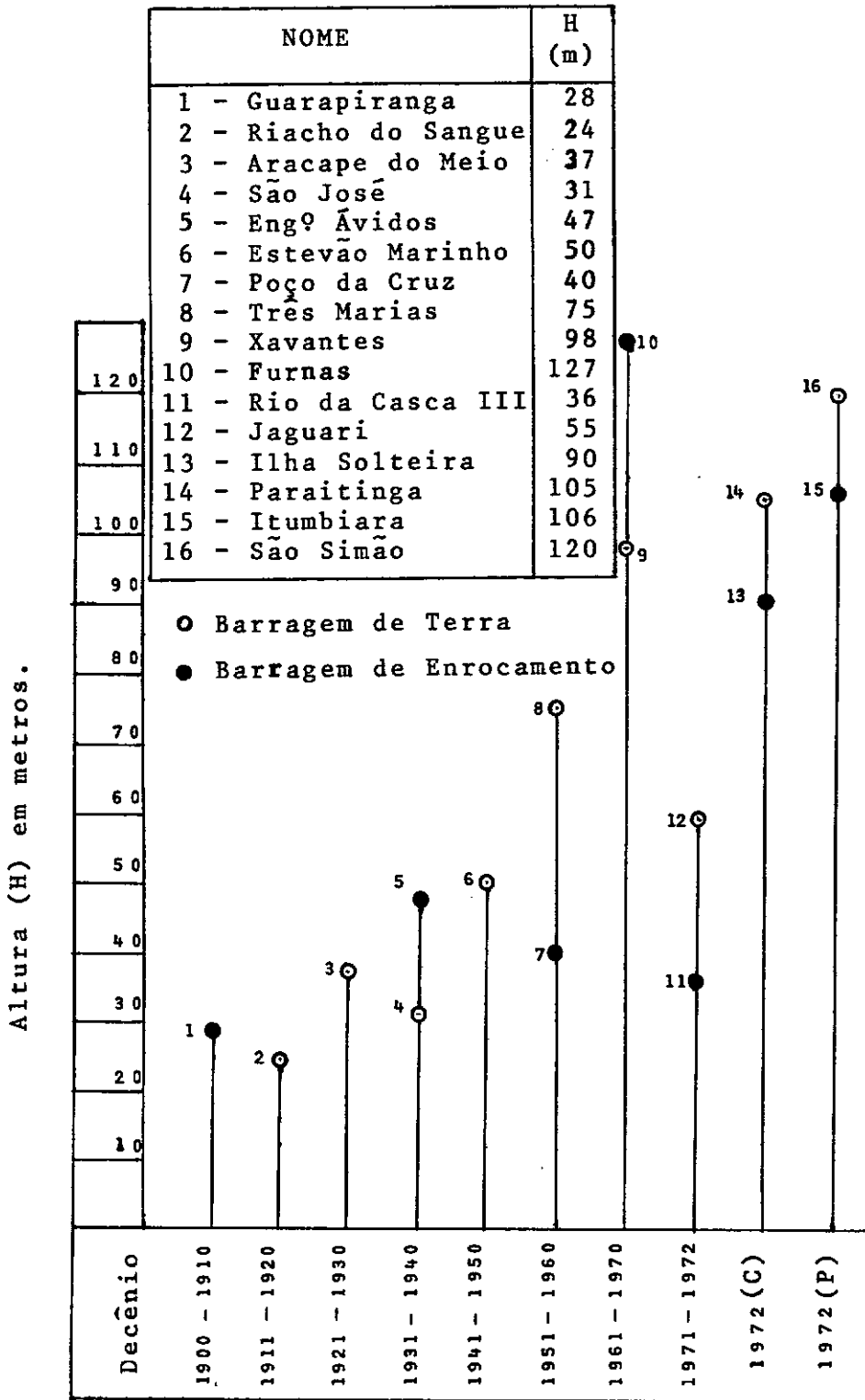
O objetivo básico deste trabalho foi a elaboração de um programa de elementos finitos, para uso em computadores digitais de alta velocidade, utilizando um elemento matematicamente refinado, cujo manual de entrada e listagem são apresentados nos Apêndices I e II, respectivamente, e através do qual fosse possível simular a construção de barragens em geral, assim como o enchimento do reservatório, sendo que na simulação é possível considerarem-se as propriedades não lineares dos materiais componentes. Nos capítulos subsequentes são apresentadas possíveis aplicações do Método de Elementos Finitos, a Barragens de Terra e Enrocamento, o método e o elemento utilizados, o processo de simulação e a análise considerando a não linearidade do material com exemplos de aplicação, a influência dos parâmetros elásticos nos resultados e recomendações para ensaios a serem realizados visando à obtenção destes parâmetros. No Apêndice III apresenta-se o manual de entrada do programa CAPRI (Apêndice IV), para checagem da rede de elementos finitos. Finalmente, no Apêndice V são apresentadas algumas sugestões para pesquisa.

- ☐ Barragens de Concreto
☒ Barragens de Terra
☒ Barragens de Enrocamento

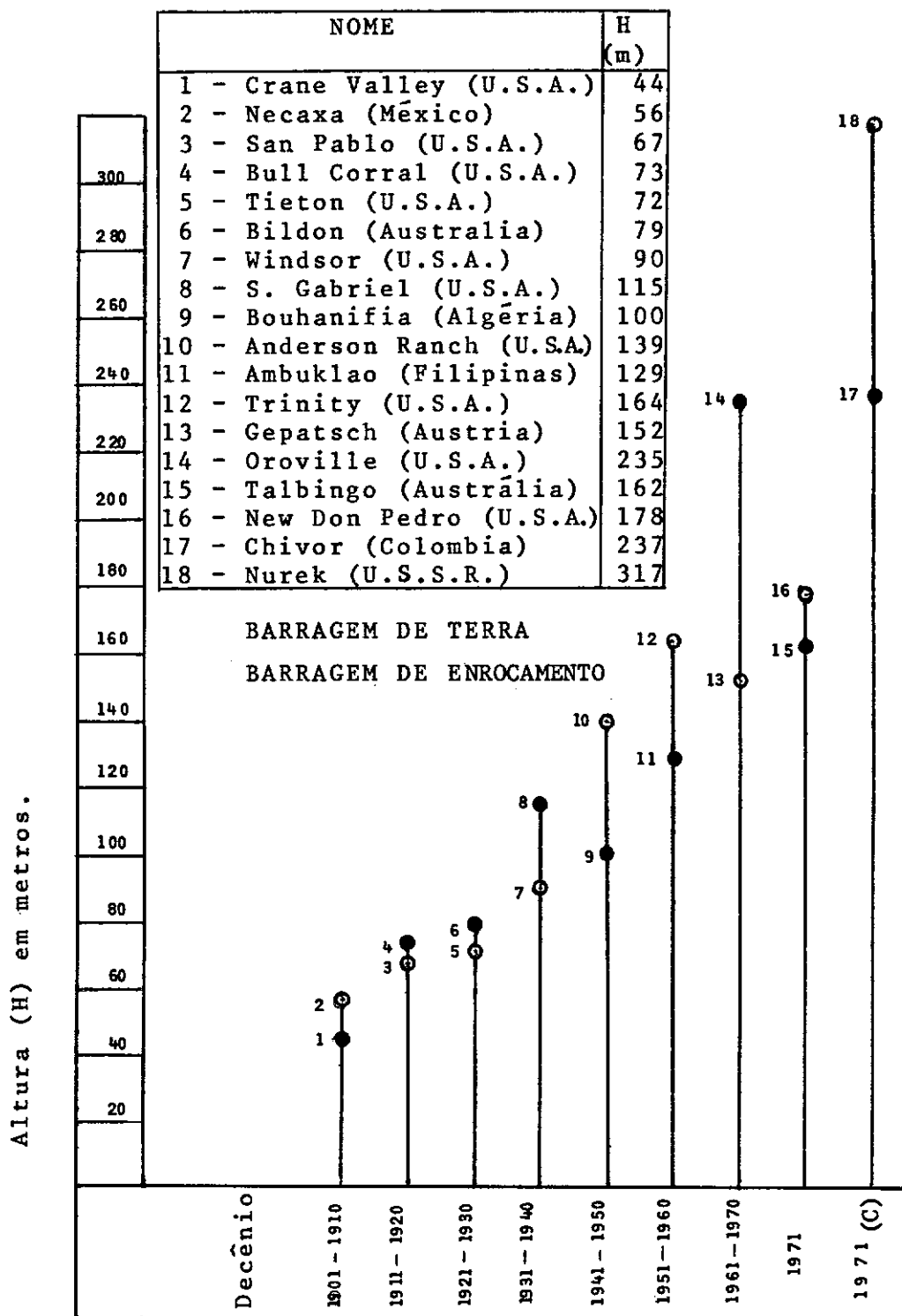


Quadro I-1 Número de Barragens com altura superior a 10 metros construídas, ou em fase de construção ou projeto no Brasil, neste século.

- * Decênios no Presente Século.
 * Em fase de construção.
 ** Em fase de projeto.



Quadro I-2 Alturas máximas de Barragem de Terra e Enrocamento no Brasil, de 1900 até 1972.



Quadro I-3 Altura máxima das Barragens de Terra e Enrocamento construídas ou em construção a partir de 1900 até 1971.
(Modificado APUD KULHAWY et al, 1969).

C A P Í T U L O I I

POSSÍVEIS APLICAÇÕES DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

AO ESTUDO DE BARRAGENS DE TERRA E ENROCAMENTO

Diversos processos foram desenvolvidos para a análise de tensões e deformações em aterros, como por exemplo o Método das Diferenças Finitas (Bishop, 1952). Muito embora todos os processos desenvolvidos fornecessem resultados bastante razoáveis, deixavam porém bastante a desejar quanto às características do solo, por permitirem apenas análises elásticas lineares.

Graças à possibilidade de efetuar análises utilizando características não lineares, o Método dos Elementos Finitos, efetivamente introduzido na engenharia geotécnica, em 1966 por Clough e Woodward (1967), foi o que obteve maior aceitação, sendo atualmente o processo mais utilizado na análise de tensões e deformações em barragens. Dentre as potencialidades básicas do método, poderíamos enumerar as seguintes:

- 1) Problemas envolvendo materiais heterogêneos, anisotrópicos, e com um comportamento tensão-deformação não linear;
- 2) Problemas com condições de fronteira complexas;
- 3) Problemas envolvendo carregamento sequencial, o que permite simular construções, escavações, percolação, etc.

A utilização do Método dos Elementos Finitos vem sendo difundida de forma crescente nos projetos de grandes barragens, tendo grande utilidade não apenas na fase de anteprojeto e projeto, bem como durante e após a construção, para analisar falhas que porventura estejam ocorrendo. Um exemplo de utilização do método durante a construção é a Barragem de Salto Osório, situada a oeste do Estado do Paraná, onde constatou-se a possibilidade de ocorrência de fraturamento hidráulico, sendo isto estudado utilizando-se um programa de elementos finitos desenvolvido na Universidade da Califórnia, Berkeley. A precisão dos resultados desejada na análise, será

função evidentemente da fase do projeto, podendo-se por exemplo, no anteprojeto, realizar análises mais simples, com menor precisão de resultados, mas com ganho de tempo.

Um programa de elementos finitos pode simular, em poucas horas, todo o processo de construção, enchimento do reservatório, etc, de uma barragem, etapa por etapa, permitindo assim uma análise estática completa das tensões, deformações e movimentos em diferentes pontos da barragem. Com isto, torna-se possível estudar diversos aspectos do comportamento da barragem, como por exemplo:

a) Movimentos das Barragens.

A capacidade do método para o cálculo de recalques durante e após a construção, e movimentos horizontais em aterros e em torno de escavações, é certamente uma de suas mais importantes características, pois não há praticamente outro método para o cálculo de tais movimentos.

A Barragem Otter Brook em New Hampshire é um caso onde a magnitude das deformações ocorreu de forma a causar apreensão aos projetistas. Embora a barragem fôsse estável, ela deformou-se bem mais do que o esperado na época de sua construção (1957). Naquela época, tais deformações não podiam ser previstas, mas em 1969 Kulhawy et al, fizeram uma simulação da construção desta barragem usando um programa de elementos finitos. Comparando-se os resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos com as medições no campo, ficou comprovada a eficiência do método na simulação da construção de aterros, particularmente a previsão de movimentos dos mesmos.

Outros exemplos de estudos de movimentos em barragens pelo método são:

- BARRAGEM SCAMMONDEN - PENMAN et al (1971)
- BARRAGEM OROVILLE - KULHAWY e DUNCAN (1970)
- BARRAGEM OROVILLE (ENCHIMENTO DO RESERVATÓRIO) - NOBARI e DUNCAN (1972)

b) Fissuração das Barragens

Embora ainda não tenham sido desenvolvidos métodos para simular a propagação das fissuras, os valores calculados de tensão e deformação têm sido usados para indicar prováveis zonas de tração e ruptura. Com base nesses cálculos, torna-se possível modificar a composição geométrica da barragem, tanto no sentido longitudinal como transversal, permitindo, pois, antes da construção da barragem, adotar a melhor disposição do filtro, núcleo central, inclinações dos taludes de montante e jusante, bem como selecionar as condições de colocação dos materiais a serem utilizados.

Evelyna B.S. Silveira e Décio de Zagottis(1970) apresentaram um estudo, utilizando o Método dos Elementos Finitos, da influência da posição do filtro na fissuração de barragens de terra, estudo este que foi utilizado no projeto da Barragem de Marimbondo. Observou-se que apenas para fundações muito compressíveis a posição mais conveniente é a vertical. Para a classificação da fundação deve ser feito um estudo comparativo, mas se tal estudo não for possível no caso de fundação compressível, é favorável à segurança, no que diz respeito a fissuração, a adoção de filtro inclinado.

c) Fraturamento Hidráulico

A parcela de carga transferida do núcleo para as abas de uma barragem de enrocamento pode ser determinada, e tal análise pode ser usada para verificar condições para as quais haja maior probabilidade de fraturamento hidráulico de material do núcleo (Nobari et al, 1973). Como exemplo, temos o caso da Barragem de Salto Osório, já comentado anteriormente.

d) Pressões Neutras

Análise do desenvolvimento de pressões neutras no núcleo de barragens de terra durante e após a construção. Também o comportamento de um aterro sobre argila mole, que é construído em

estágios de tempo para obter-se vantagens quanto ao ganho em resistência na fundação, devido ao adensamento. Em ambos os casos a análise pode ser feita para determinar a velocidade ótima de construção que pode ser usada para evitar problemas de estabilidade.

Na Barragem Empingham, Vaughan, P.R. et al (1973) , construiu-se um aterro experimental, o qual permitiu um estudo das características de deformação do aterro e da fundação, bem como uma verificação do método de análise utilizado, que foi o Método dos Elementos Finitos. Com as observações obtidas através do aterro experimental e do Método dos Elementos Finitos, foi possível extrapolar essas observações para o aterro principal, simulando ainda sua construção pelo Método dos Elementos Finitos, usando relações tensão-deformação não lineares e parâmetros de elasticidade adaptados da melhor forma ao problema em questão.

Existem também programas de elementos finitos desenvolvidos para o estudo da percolação, permitindo com isso a análise de sua influência nas barragens. Até bastante recentemente, análises por elementos finitos em barragens eram limitadas às condições bi-dimensionais. Em 1970, entretanto, Wilson desenvolveu um programa de computação, bastante eficiente, para a análise tri-dimensional pelo Método dos Elementos Finitos, o que abriu novas perspectivas de pesquisa. Este programa foi utilizado por G. Lefebvre e J.M. Duncan (1971), num estudo comparativo entre as análises bi e tri-dimensionais usando como modelo uma barragem em fundo de vale em V. Observou-se que, quando se utilizava a análise bi-dimensional plano deformação, os resultados eram bastante próximos com os da análise tri-dimensional, se os taludes do vale não fossem excessivamente inclinados. No entanto, no caso de se utilizar análise plano tensão apareciam diferenças significativas. Por requerer um tempo muito maior de computação, a análise tri-dimensional, embora mais representativa, só deve ser utilizada em determinadas fases do projeto e em casos especiais. É importante frisar ainda a maior memória exigida do computador na análise tri-dimensional, bem como a dificuldade de conhecer-se a relação tensão-deformação a três dimensões.

Quanto ao elemento utilizado nos programas, vários tipos têm sido desenvolvidos, sendo que diferem em forma, número de nós por elemento e leis de variação da deformação no interior do elemento. Como exemplo, nos programas da Universidade da Califórnia acima comentados, o elemento utilizado é o quadrilateral consistindo de dois triângulos com deformação linear (Felippa, 1966) .

C A P Í T U L O I I I

O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

3.1) INTRODUÇÃO

Com o advento dos modernos computadores digitais foram formulados e desenvolvidos novos métodos de cálculo estrutural. Dentre estes, um dos mais importantes é o Método dos Elementos Finitos o qual, além de ser relativamente intuitivo é de fácil aplicação no que diz respeito às estruturas de geometria complexa e compostas por diferentes materiais.

No estudo do comportamento de um meio contínuo busca-se conhecer as distribuições de tensões e deformações que nele aparecem, quando sujeito às solicitações, baseando-se em hipóteses sobre o comportamento dos materiais que o constituem. Com essa finalidade deve o meio equilibrar com tensões internas as solicitações que lhe são aplicadas de forma a manter-se compatível com as condições de vínculo e atender as equações de compatibilidade da teoria da elasticidade.

Num meio contínuo o número verdadeiro de pontos é infinito e esta é a maior dificuldade de sua solução numérica. Pelo Método dos Elementos Finitos supera-se esta dificuldade, dividindo o contínuo em subdomínios de dimensões finitas denominados "elementos finitos", interligados por um número finito de pontos existentes em suas fronteiras, denominados "nós" ou "pontos nodais", conforme Figura 3.1. Tais elementos são estudados separadamente, sendo incorporados ao conjunto segundo leis que garantam uma boa simulação do contínuo original.

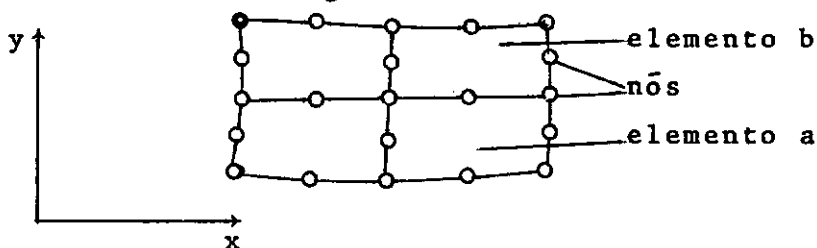


Figura 3.1. Região bidimensional discretizada por um conjunto de elementos.

Para o estudo de cada elemento são feitas hipóteses sobre os campos das quantidades desconhecidas. A cada elemento, que é suposto constituído por apenas um material, é associada uma lei constitutiva função deste material, que será dependente de um número finito de parâmetros.

Definindo-se convenientes campos de tensões, obtém-se um sistema de equações de compatibilidade para a estrutura substituta, na qual tem-se continuidade das tensões ao longo das fronteiras dos elementos e continuidade de deslocamentos entre elementos apenas nos pontos nodais. Caso os campos definidos sejam os de deslocamentos, tem-se um sistema de equações de equilíbrio, tendo-se continuidade de deslocamentos ao longo das fronteiras inter-elementos e equilíbrio em termos de elemento.

Em resumo, para campos de tensões, ou de deslocamentos convenientemente definidos, é possível obter-se estruturas discretizadas nas quais, ou as condições de equilíbrio ou as de compatibilidade são satisfeitas, sendo uma das condições satisfeita somente em média. Sob determinadas condições, as soluções convergirão para a exata, quando ou o número de elementos que a constituem vai se tornando maior, ou os elementos utilizados são matematicamente mais refinados.

Por exemplo, se forem impostas por escolha conveniente dos campos de tensões, soluções totalmente equilibradas, a nova estrutura apresenta uma possibilidade de se deformar, maior que a real, uma vez que a compatibilidade dos deslocamentos é mantida apenas nos pontos nodais dos elementos, obtendo-se uma solução, em média, mais deformável que a real.

No caso da solução ser totalmente compatível para o que basta escolher convenientes campos de deslocamentos, a nova estrutura apresenta um certo enrijecimento e a solução que se obtém corresponde a um comportamento mais rígido, em média, que o real.

As considerações acima podem ser confirmadas pela aplicação dos Teoremas Variacionais da Mecânica do Contínuo respectivamente, os Princípios da Energia Complementar Mínima e Potencial Mínima.

Nesta pesquisa adotam-se os deslocamentos como as quantidades desconhecidas explicitadas em função de valores no das, através de funções denominadas funções de interpolação.

Os tópicos até aqui apresentados caracterizam-se pe la minimização da Energia Potencial ou Complementar, definidas por um funcional. Outras formulações existem, tal como o Princípio dos Resíduos Ponderados. Um estudo profundo destas formulações foge à finalidade deste trabalho.

3.2) PRINCÍPIO DA ENERGIA POTENCIAL MÍNIMA

A energia potencial total de um meio elástico é definida como:

$$\pi = U + W \quad (3.1)$$

onde U é a energia interna de deformação, e W é a energia potencial das forças externas. Demonstra-se que, entre todas configurações que o corpo pode assumir satisfazendo compatibilidade e condições de contorno, a configuração de equilíbrio corresponde a que mini za o referido funcional, desde que se verifiquem hipóteses de elas ticidade, estabilidade do material e linearidade geométrica (Arantes e Oliveira, 1966). O referido funcional pode ser colocado sob a forma:

$$\begin{aligned} \pi = \frac{1}{2} \int_V \{\epsilon\}^T \{\sigma\} d(\text{vol}) + \int_V \{\epsilon\}^T \{\sigma_0\} d(\text{vol}) - \int_V \{\delta\}^T \{g\} d(\text{vol}) \\ - \int_A \{\delta\}^T \{p\} d(\text{área}). \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde $\{\epsilon\}$ é o vetor dos componentes das deformações,
 $\{\sigma\}$, $\{\sigma_0\}$ das tensões, iniciais
 $\{\delta\}$ dos deslocamentos,
 $\{g\}$ das forças de massa, e
 $\{p\}$ das forças de superfície.

A primeira parcela refere-se à energia interna de deformação, sendo que os termos restantes representam a energia potencial das forças externas.

A solução clássica do problema, pela minimização de π , fornece as equações diferenciais que regem o comportamento do contínuo com suas respectivas condições de contorno. Pelo Método dos Elementos Finitos adotam-se subdomínios e evita-se a integra

ção das equações diferenciais acima comentadas adotando-se, para a quantidade desconhecida o referido campo em função de parâmetros que são determinados quando essa solução é levada à condição de minimizar π .

3.3) DESCRIÇÃO DO MÉTODO.

3.3.1) Discretização da Estrutura.

Embora existam tentativas de automatizar o processo de discretização já comentado, o mesmo permanece essencialmente função do julgamento individual do engenheiro. Ele deve decidir, baseando-se em experiências anteriores, sobre a forma e arranjo dos elementos, suas dimensões, número de pontos nodais e leis de variação dos deslocamentos, de maneira que se tenha a melhor representação possível do meio que se deseja estudar. A delimitação do contínuo a ser considerado também deve ser submetida ao critério do engenheiro. Fatores econômicos também devem ser levados em conta na discretização. O engenheiro deve ter em mente, quando da busca de melhor convergência nas soluções, qual das duas formas já comentadas (item 3.1), é a que exigirá menos esforço, tanto na preparação e análise dos dados, como no cálculo computacional.

3.3.2) Estudo de um Elemento.

3.3.2.1) Funções de Deslocamento.

Em geral expressas por polinômios, havendo duas razões para isto:

- fácil manuseio matemático na formulação das equações e,
- um polinômio de ordem arbitrária permite um julgamento da aproximação à solução exata.

Portanto, estabelecidas leis para os campos de deslocamentos no interior de cada elemento na forma polinomial e explicitando estas leis em função dos deslocamentos nodais cujo com

portamento é suficiente para conhecer o comportamento da estrutura substituta, tem-se:

$$\{\delta\} = [N] \{\delta\}^e \quad (3.3)$$

onde $\{\delta\}$ representa os deslocamentos relevantes no interior do elemento e $\{\delta\}^e$ o vetor dos deslocamentos dos pontos nodais do elemento e $[N]$ a matriz das chamadas funções de interpolação.

A escolha das funções de deslocamento deve ser feita de forma a garantir uma continuidade total dos deslocamentos da estrutura substituta. Os deslocamentos na fronteira dos elementos, devem ser univocamente definidos pelos deslocamentos nodais de forma que a compatibilidade seja assegurada na fronteira.

Convergência para valores exatos exige que certos critérios, quanto às funções de interpolação, sejam satisfeitos, (Zienkiewicz , 1971):

1º Critério : as funções de interpolação escolhidas não devem permitir que ocorram deformações num elemento quando seus deslocamentos nodais são causados por deslocamento de corpo rígido.

2º Critério : as funções de interpolação devem ser de tal forma que se os deslocamentos nodais de um elemento são compatíveis com uma condição de deformação constante, tal deformação no interior do elemento seja de fato obtida.

3º Critério : para as funções de interpolação escolhidas, as deformações nas interfaces entre elementos devem ser finitas.

Formulações que satisfazem o 3º critério são conhecidas como compatíveis e as que satisfazem o 1º e 2º são conhecidas como completas.

3.3.2.2) Estudo das Deformações.

Com os deslocamentos conhecidos em todos os pontos

no interior do elemento em função dos deslocamentos nodais (3.3), as deformações, em qualquer ponto do elemento, podem ser determinadas através de um operador diferencial conveniente, escrevendo-se a relação geométrica deformação-deslocamento segundo:

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad (3.4)$$

onde as deformações são determinadas em função dos deslocamentos nodais conhecidos.

Para os casos de estados planos, as deformações relevantes são as que ocorrem no plano em estudo.

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

onde u e v são os deslocamentos nas direções x e y , respectivamente.

3.3.2.3) Estudo das Tensões.

Supondo uma relação linear entre tensões e deformações, tem-se :

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} + \{\sigma_0\} \quad (3.6)$$

onde $\{\sigma_0\}$ é o vetor das componentes de tensões iniciais e $[D]$ é a matriz de elasticidade, sendo o estado de tensões num ponto definido por σ_x , σ_y e τ_{xy} .

Para análise plano tensão de um material isotrópico, a matriz de elasticidade é:

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

onde E é o módulo de elasticidade ou Young e ν é o coeficiente

de Poisson.

Para a análise plano de deformação de um material isotrópico, a matriz de elasticidade \tilde{e} :

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu(1-\nu) & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2(1-\nu) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Observa-se que a matriz $[D]$ é sempre simétrica. Para parâmetros, E e ν , obtidos em ensaios triaxiais, pode-se utilizar a relação (3.8) ou a relação (3.7), sendo que para esta são necessárias as transformações indicadas em (3.9). Se os parâmetros forem obtidos em ensaios plano de deformação, a relação (3.7) deverá ser utilizada sem modificações dos parâmetros para um estado plano de deformações.

$$E_p = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (a)$$

(3.9)

$$\nu_p = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad (b)$$

3.3.2.4) Matriz de Rigidez e Forças Nodais Equivalentes às Solicitações.

Formulados os campos de deslocamentos em termos de funções de interpolação, os deslocamentos, deformações e tensões no elemento são fornecidos pelas equações (3.3), (3.4) e (3.6), respectivamente. Substituindo estas equações em (3.2), pode-se escrever o funcional em termos de elemento como :

$$\begin{aligned} \pi_e = & \frac{1}{2} \int_V \{\delta\}^e T [B]^T [D] [B] \{\delta\}^e d(vol) - \int_V \{\delta\}^e T [N]^T \{g\} d(vol) - \\ & - \int_A \{\delta\}^e T [N]^T \{p\} d(\text{área}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Para uma condição de estacionaridade, a primeira variação deve ser nula :

$$\{\partial\delta\}^e \left(\int_V [B]^T [D] [B] d(vol) \{\delta\}^e - \int_V [N]^T \{g\} d(vol) - \int_A [N]^T \{p\} d(\tilde{area}) \right) = 0 \quad (3.11)$$

Como as variações dos deslocamentos nodais $\{\partial\delta\}^e$ são arbitrárias, a expressão entre parênteses deve anular-se. Isto fornece as equações de equilíbrio para o elemento :

$$[K] \{\delta\}^e = \{F\}^e \quad (3.12)$$

onde a matriz de rigidez e o vetor de forças nodais são definidos, respectivamente, como :

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] d(vol) \quad (3.13)$$

e

$$\{F\}^e = \int_V [N]^T \{g\} d(vol) + \int_A [N]^T \{p\} d(\tilde{area}) \quad (3.14)$$

Observa-se que (3.13) e (3.14) independem do tipo de elemento. O vetor de cargas obtido por este enfoque é chamado consistente, devido à energia produzida ser mais consistentemente relacionada com a energia das cargas distribuídas, do que se fosse feita uma distribuição uniforme pelos pontos nodais do elemento.

3.3.3) Comportamento Global da Estrutura Substituta.

3.3.3.1) Matriz de Rigidez e Vetor de Carga Global.

Em realidade o enfoque variacional é aplicado à toda a estrutura. As funções de interpolação adotadas satisfazendo os citados critérios de convergência não permitem a perda de energia interelemento, podendo-se escrever :

$$\pi = \sum \pi_e \quad (3.15)$$

Como a integral da soma é igual à soma das integrais individuais ,

pode-se aplicar o princípio aos elementos separadamente. Por exemplo, para um meio contínuo linear elástico, a obtenção da energia interna de deformação, U , é expressa por :

$$2U = \int_V \{\epsilon\}^T \{\sigma\} d(vol) = \int_V \bigcup_{e=1}^M \{\epsilon\}^e{}^T \{\sigma\}^e d(vol) = \bigcup_{e=1}^M \int_{V_e} \{\epsilon\}^e{}^T \{\sigma\}^e d(vol_e) \quad (3.16)$$

onde e é um índice denotando um elemento e M é o número total de elementos usados para representar o contínuo.

A partir disto e das equações anteriores, a matriz de rigidez e o vetor de carga globais do contínuo podem ser escritos,

$$[K] = \bigcup_{e=1}^M \int_{V_e} [B]^T [D] [B] d(vol_e) \quad (3.17)$$

$$\{F\} = \bigcup_{e=1}^M \left(\int_{V_e} [N]^T \{g\} d(vol_e) + \int_{A_e} [N]^T \{p\} d(\text{área}_e) \right) \quad (3.18)$$

respectivamente.

3.3.3.2) Cálculo dos Deslocamentos Nodais.

Os deslocamentos nodais são obtidos através da resolução do sistema de equações algébricas lineares simultâneas, montadas para toda a estrutura substituta, a partir da generalização da equação (3.12) pela aplicação de (3.17) e (3.18).

Em problemas de análise linear, a resolução deste sistema de equações algébricas é uma aplicação direta de métodos de resolução da álgebra matricial. Entretanto, para problemas de não linearidade física, a solução desejada é obtida sequencialmente, ou seja, o problema é subdividido em etapas onde análises lineares são realizadas. Cada etapa envolverá modificações na matriz de rigidez e/ou no vetor de carga (vide Capítulo VI).

Duas observações devem ser feitas :

19) Estas equações não podem ser resolvidas sem que con

dições geométricas de contorno sejam consideradas, para modificações apropriadas das equações, o que significa prescrição dos deslocamentos nas fronteiras da estrutura. Obviamente, sem a prescrição de um número mínimo de deslocamentos para evitar movimentos de corpo rígido é impossível resolver este sistema. Este fato fisicamente óbvio, é matematicamente interpretado pela matriz de rigidez, $[K]$, ser singular não admitindo sua inversa.

29) O tempo de resolução do sistema por processos computacionais, bem como a memória utilizada devem ser levados em conta pelo analista de elementos finitos. Para a técnica de resolução adotada, a qual é apresentada no próximo item, é importante obter-se a menor largura de banda possível na matriz de rigidez,

$$L = (D_f + 1)\eta_g$$

onde L é a largura de banda, que é calculada automaticamente pelo computador;

D_f é a máxima diferença entre os números de pontos nodais de cada elemento; e

η_g é o número de graus de liberdade por ponto nodal.

Além disso, quando da análise incremental, que é apresentada com detalhes posteriormente, devem ser considerados em cada etapa, apenas os elementos realmente atuantes até a referida etapa.

3.3.3.3) Resolução do Sistema de Equações.

Para a resolução do sistema, utiliza-se a técnica proposta por Wilson (1970), baseada no Método de Gauss. As características de banda da matriz de rigidez são levadas em consideração. As equações de equilíbrio (matriz de rigidez e vetor de carga) são gravadas na forma de blocos de dimensões, $L \times L$, em memória auxiliar. Durante a fase de resolução, dois blocos devem estar na memória central.

C A P Í T U L O I V

O ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO

4.1) INTRODUÇÃO

Caracteriza-se um determinado tipo de elemento por uma forma geométrica genérica (triangular, retangular, tetraédrico, etc), pela escolha dos pontos nodais e pela família dos campos admissíveis no interior do elemento. Em geral, faz-se a definição dessa família dando expressões analíticas aos componentes, sendo neste trabalho, de deslocamentos, que envolvam certo número de coeficientes arbitrários independentes.

Para o estudo de estados planos de tensão e deformação os elementos finitos inicialmente formulados foram os triangulares e retangulares. Apesar dos campos de deslocamentos do elemento retangular serem mais refinados que os do triangular, este apresenta vantagens de uma maior flexibilidade na discretização do meio contínuo e de adaptação a contornos irregulares. Em função disto, surgiu a idéia do desenvolvimento dos elementos isoparamétricos, cuja concepção inicial foi a transformação do elemento retangular num elemento quadrilateral arbitrário. Com este objetivo, representou-se a geometria e os deslocamentos do elemento pelas mesmas funções de interpolação. Após esta fase, o estudo foi desenvolvido para elementos triangulares e retangulares, com pontos nodais nos lados do elemento, de forma a permitir o estudo de elementos com lados curvos.

Justifica-se a escolha do elemento isoparamétrico, na realização deste trabalho, pela simplicidade de programação e cálculo, onde recai-se numa integração numérica simples e precisa, o que é demonstrado pelos excelentes resultados obtidos na análise de problemas bidimensionais (Zienkiewicz, 1971; Desai e Abel, 1972). Dentre os possíveis elementos, o escolhido foi o quadrilateral quadrático da família Serendipity (Figura 4.1), devido a fornecer resultados suficientemente precisos, sem exigir grande esforço computacional.

4.2) CARACTERÍSTICAS DO ELEMENTO

4.2.1) Características Básicas

Seja o sistema de coordenadas locais ξ e η associado ao elemento quadrilateral utilizado, vide Figura 4.1, definidas de tal forma que $\xi = 1$ no lado $\overline{152}$, $\eta = 1$ no lado $\overline{263}$; $\xi = -1$ no lado $\overline{374}$; e $\eta = -1$ no lado $\overline{481}$, cuja programação é apresentada no Apêndice II. No caso geral, quando plotadas no espaço cartesiano, estas coordenadas podem ser distorcidas em um sistema curvilíneo. Assim, um elemento plano regular, é mapeado em uma forma distorcida, como na Figura 4.1.

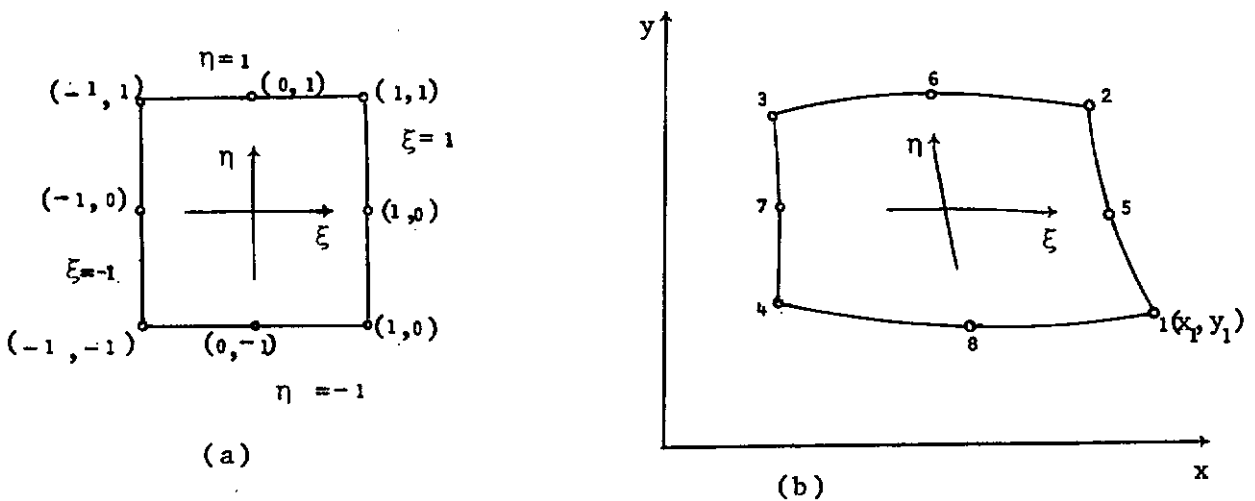


Figura 4.1. Elemento Isoparamétrico Quadrático. Família Serendipity.

Através do uso de funções de interpolação $[N]$, dadas em termos das coordenadas locais do elemento (ξ, η) , estabelece-se a transformação, obtendo-se as coordenadas x e y de um ponto qualquer no interior do elemento em função dos pontos nodais:

$$\begin{aligned} x &= [N_i] \{x_i\} \\ y &= [N_i] \{y_i\} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Os deslocamentos nodais de um elemento são agrupados num vetor $\{\delta\}^e$ que sob forma matricial pode ser escrito como:

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ . \\ . \\ . \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

onde: u_i é o deslocamento do nó i na direção x e,

v_i é o deslocamento do nó i na direção y .

A partir da idéia de isoparametria, que no caso indica representação da geometria e dos deslocamentos para um elemento pelas mesmas funções de interpolação $[N]$, podemos escrever os deslocamentos num ponto qualquer no interior do elemento em função dos deslocamentos nodais:

$$\begin{aligned} u &= [N_i] \{u_i\} \\ v &= [N_i] \{v_i\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

ou, sob forma agrupada,

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{\delta\}^e \quad (4.4)$$

4.2.2) Funções de Interpolação

Para o elemento escolhido representado na Figura 4.1 as funções de interpolação $[N]$ são:

Nós de canto

$$1, 2, 3, \text{ e } 4 \quad N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(\xi_0 + \eta_0 - 1)$$

Nós intermediários:

$$6 \text{ e } 8 \quad N_i = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta_0) \quad \text{com } \xi_i = 0, \quad (4.5)$$

$$5 \text{ e } 7 \quad N_i = \frac{1}{2}(1 + \xi_0)(1 - \eta^2) \quad \text{com } \eta_i = 0,$$

onde: $\xi_0 = \xi \xi_i$ e $\eta_0 = \eta \eta_i$

4.2.3) CrITÉRIOS de Convergência

Se as funções de interpolação $[N]$ satisfazem, para o elemento original, os critérios de convergência citados no Ítem 3.3.2.1, então o mesmo ocorrerá para o elemento isoparamétrico correspondente (Venâncio Filho, 1972). A compatibilidade dos deslocamentos é assegurada, devido à geometria dos lados dos elementos de pender apenas das coordenadas nodais.

Verifica-se que, os 1º e 2º critérios do Ítem 3.3.2.1, são para os elementos isoparamétricos satisfeitos pela condição:

$$\sum_{i=1}^{NPN} N_i = 1 \quad (4.6)$$

onde NPN é o número de nós num elemento.

4.3) MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO

Não existindo tensões ou deformações iniciais, a energia interna de deformação, U , pode ser expressa como:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} d(\text{vol}) \quad (4.7)$$

Usando-se a equação (3.4) do capítulo anterior podemos reescrevê-la sob a forma:

$$U = \frac{1}{2} \{\delta\}^e T \left[\int_A [B]^T [D] [B] t d(\bar{\text{área}}) \right] \{\delta\}^e \quad (4.8)$$

onde t é a espessura do elemento e,

$$[K] = \int_A [B]^T [D] [B] t d(\bar{\text{área}}) \quad (4.9)$$

Para realizar a análise por elementos finitos deve-se calcular a matriz de rigidez $[K]$, e para isso é necessária a determinação das matrizes $[B]$ e $[D]$ para cada elemento.

A matriz $[D]$ a ser utilizada no estudo plano é a apresentada no ítem 3.3.2.3 do capítulo precedente, observando-se que o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson variam no interior do elemento, sendo essa variação governada pelas funções de interpolação $[N]$ definidas em (4.5).

A matriz $[B]$ é constituída de submatrizes $[B_i]$ expressas na forma:

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

onde i denota cada ponto nodal do elemento.

Para calcular tais matrizes, observa-se que duas transformações fazem-se necessárias. Em primeiro lugar, N_i é definida em termos de coordenadas locais, conforme (4.5). Em (4.10) as derivadas de N_i são em relação a coordenadas globais, sendo pois necessária uma transformação. Em segundo lugar, o elemento de área sobre o qual a integração deve ser realizada necessita ser expresso em termos de coordenadas locais, o que acarreta uma modificação apropriada dos limites de integração.

Considere-se o conjunto de coordenadas (ξ, η) , e as coordenadas globais (x, y) correspondentes conforme a Figura 4.1. Pelas regras usuais de diferenciação parcial, pode-se escrever:

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (4.11)$$

Realizando a mesma diferenciação com respeito à coordenada η e escrevendo na forma matricial tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

Como (x,y) são dados explicitamente pela relação (4.1), a matriz $[J]$ pode ser encontrada em termos das coordenadas locais. A matriz $[J]$ é conhecida como matriz Jacobiana. Para calcular as derivadas em relação às coordenadas globais basta inverter o Jacobiano, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

Observe-se que para a realização desta transformação, o Jacobiano tem de permitir sua inversão.

Entrando com a relação (4.1) em (4.13):

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_8 & y_8 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

sendo este o procedimento utilizado na programação automática.

Para transformar a região de integração utilizou-se um processo trivial, possível de encontrar em textos matemáticos, que envolve o determinante do Jacobiano. Assim, num elemento de área tem-se:

$$dx \, dy = \det[J] \, d\xi \, d\eta \quad (4.15)$$

Reduz-se, pois, o cálculo da matriz de rigidez do elemento à integração da forma:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det[J] \, t \, d\xi \, d\eta, \quad (4.16)$$

se as coordenadas curvilíneas são normalizadas conforme Figura 4.1. A expressão anterior é de difícil integração, o que obriga a ser realizada numericamente utilizando técnicas computacionais. O processo de integração numérica utilizado é o de Gauss-Legendre (item 4.6), que é o recomendado por Zienkiewicz (1971).

4.4) VETOR DE CARGAS CONSISTENTES

O vetor das cargas consistentes em um elemento é dado por:

$$\{F\}_P^e = - \int_A [N]^T \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix} t \, dx \, dy \quad (4.17)$$

onde P_x e P_y são forças de massa.

Para a nova região de integração e supondo as forças de massa explicitadas pelas mesmas funções de interpolação e valores nodais da pressão conhecidas, $\begin{Bmatrix} P_{x_i} \\ P_{y_i} \end{Bmatrix}$, tem-se:

$$\{F\}_P^e = - \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [N]^T [N] \begin{Bmatrix} P_{x_i} \\ P_{y_i} \end{Bmatrix} \det[J] t \, d\xi \, d\eta \quad (4.18)$$

Para esta integração utiliza-se o mesmo método de integração numérica citado anteriormente.

O uso de elementos de ordem superior impõe um afastamento progressivo de uma possível visualização física do comportamento das cargas aplicadas aos elementos. Suponha-se, por exemplo, a ação de forças de massa atuando num elemento triangular de três pontos nodais (Figura 4.2a). Na Figura 4.2b apresenta-se a distribuição das forças nos pontos nodais, podendo-se observar que as cargas são iguais nos três pontos.

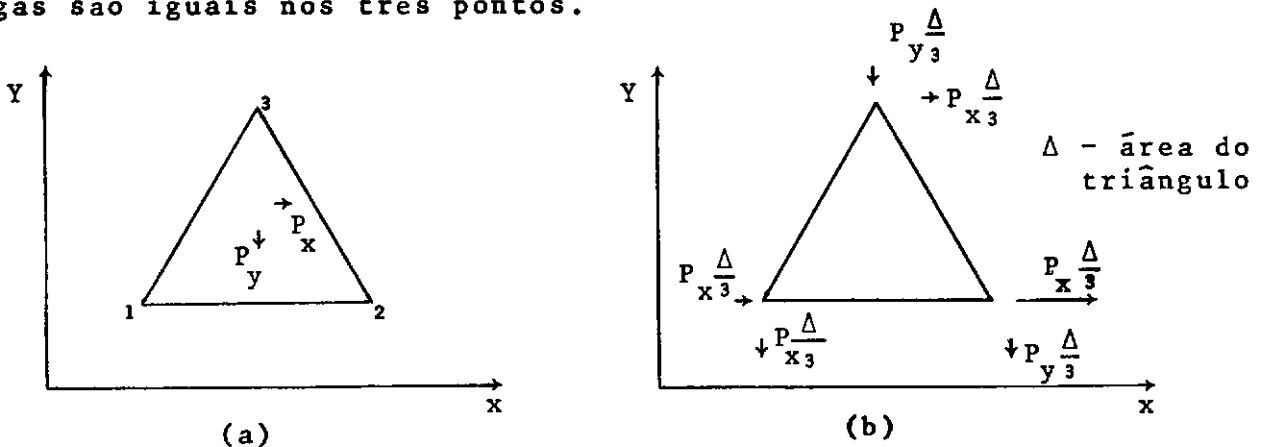
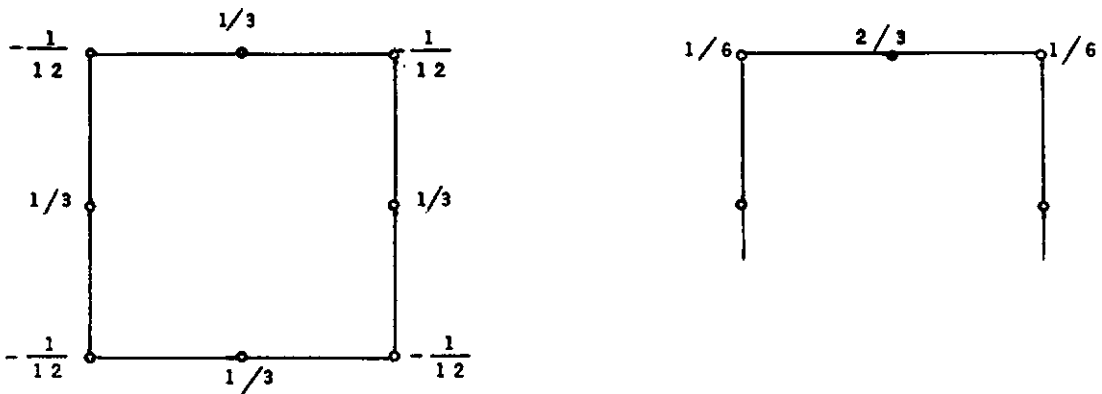


Figura 4.2. Elemento Triangular. Ação das Forças de Massa.

No elemento isoparamétrico tal concepção deixa de ser válida, passando a imperar uma condição de consistência, item 3.3.2.4, quando da aplicação da fórmula (4.18), conforme Figura 4.3a. Com isto obtém-se uma precisão maior dos resultados do que se fosse feita uma distribuição uniforme para todos os pontos nodais, Zienkiewicz (1971). Para cargas de superfície uniformes deve-se utilizar, também, uma concepção diversa da lógica, porém consistente com a formulação do elemento (vide Figura 4.3b).



a) Ação do peso próprio uniforme.

b) Ação de cargas superficiais uniformes.

Figura 4.3. Distribuição de cargas atuando no elemento isoparamétrico quadrático - Família Serendipity - Frações de carga.

Os vetores de carga consistente devidos às cargas superficiais, têm sua forma de utilização no programa apresentada no Apêndice I. A formulação matemática pode ser encontrada em Ebecken (1973).

4.5) DEFORMAÇÕES E TENSÕES

Obtendo-se os deslocamentos nodais na estrutura substituta, conforme apresentado no Capítulo III, pode-se efetuar o cálculo das deformações e tensões.

Como o campo de deslocamentos adotado é quadrático, e sendo as deformações derivadas de primeira ordem destes deslocamentos, o campo de deformações e consequentemente o de tensões, serão

lineares. Este campo linear permite a utilização de um menor número de elementos na idealização do contínuo, que o elemento triangular da Figura 4.2, permitindo pois uma economia computacional. Além disso, pode-se calcular o estado de tensões em um ponto qualquer do elemento, inclusive nos pontos nodais. Em virtude das deformações e tensões nas interfaces dos elementos não serem contínuas, adota-se nos pontos nodais a média aritmética dos valores obtidos nos elementos que incidem nestes pontos. Fica-se assim com valores próximos dos reais apenas em média (vide Capítulo III). Este problema acentua-se no caso de termos dois elementos vizinhos de características físicas completamente diferentes.

Usando as equações (3.4), (3.5) e (4.10), pode-se escrever para o estado de deformações num ponto qualquer do elemento:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial y} & \frac{\partial N_8}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \\ u_8 \\ v_8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{ox} \\ \epsilon_{oy} \\ \gamma_{oxy} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

onde ϵ_{ox} , ϵ_{oy} e γ_{oxy} , denotam as deformações iniciais.

O estado de tensões em um ponto qualquer do elemento é fornecido por:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = [D] \left(\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \epsilon_{ox} \\ \epsilon_{oy} \\ \gamma_{oxy} \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} \sigma_{ox} \\ \sigma_{oy} \\ \tau_{oxy} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

onde σ_{ox} , σ_{oy} e τ_{oxy} , indicam o estado de tensões inicial no ponto considerado.

4.6) INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

O processo de integração Gauss-Legendre baseia-se na adoção de determinados pontos no interior do elemento cujas coordenadas locais e coeficientes de ponderação são tabelados. O número mínimo necessário de pontos é aquele para o qual a integração numérica é suficiente para avaliar exatamente o volume do elemento (Zienkiewicz, 1971). Para o elemento utilizado são necessários no mínimo dois pontos de integração em cada direção (Figura 4.4a). Caso o elemento se apresente distorcido, recomenda-se a utilização de um número maior de pontos de integração (Bond et al, 1973). Como em barragens diversos elementos apresentam-se distorcidos (Figura 5.1), adota-se neste trabalho três pontos de integração em cada direção (Figura 4.4b), obtendo-se, via de regra, bons resultados.

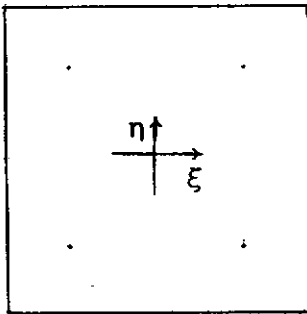
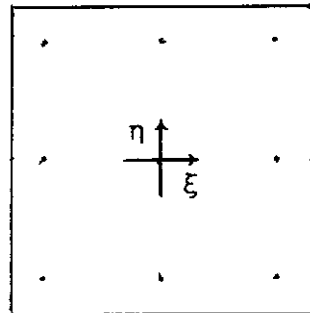
a) $n = 2$ b) $n = 3$

Figura 4.4. Distribuição dos pontos de integração (n) no elemento.

C A P Í T U L O V

O PROCESSO DA SIMULAÇÃO

5.1) INTRODUÇÃO

Lançadas as primeiras idéias acerca da Cibernética*, firmaram-se também os conceitos da necessidade da utilização de modelos para o estudo de qualquer fenômeno ou sistema. Segundo Rossemblueth e Weiner (apud Viana, 1972):

"Nenhuma parte substancial do Universo é tão simples que possa ser compreendida e controlada sem abstração. A abstração consiste em substituir a parte do Universo em estudo por um modelo semelhante, porém de estrutura mais simples. Os modelos constituem, pois, uma necessidade primordial de qualquer procedimento científico".

Enfim, o homem constrói modelos de sistemas para neles inserir os parâmetros, que espera venham a ocorrer ou estão ocorrendo, e poder, desta forma, prever os resultados a serem obtidos no sistema real.

Numa pesquisa científica apenas a razão não é suficiente, sendo necessário associar-lhe a observação. Segundo Sir Francis Bacon, o método da pesquisa científica deve ter como fases:

- Observação do sistema físico;
- Formulação de uma hipótese;
- Previsão de fatos no sistema apoiado na hipótese;
- Execução de experiências para testar a correção da hipótese.

Nesta metodologia proposta poder-se-ia sem incorrer em erros, falar-se modelo em lugar de hipótese.

*Cibernética - ciência que tem por objeto o estudo dos comandos automáticos.

Simulação é o processo de utilização de modelos na pesquisa científica. Skubick (apud Viana, 1972) define-a como:

"A simulação de um sistema é a operação de um modelo que representa este sistema. O modelo é passível de manipulações que seriam difíceis levar a cabo na entidade que ele representa, quer pelo preço, quer pela impraticabilidade de fazê-las. As propriedades concernentes ao comportamento de um sistema podem ser deduzidas estudando-se o comportamento do modelo".

Evidentemente, o modelo adotado deve manter clara relação com o sistema em estudo.

Os modelos podem ser matemáticos envolvendo grande número de equações para representar o comportamento dos elementos pertencentes ao sistema, ou modelos reduzidos de campo ou de laboratório. Usualmente, a simulação por modelos matemáticos é mais complexa que uma aplicação matemática direta, por envolver um número de elementos semi-independentes que, entretanto, interagem entre si. Para esta simulação, é extremamente vantajosa, a utilização de computadores digitais.

Observando-se os Capítulos II e III com o que foi exposto até aqui, pode-se concluir que o Método dos Elementos Finitos é uma simulação num sistema de dimensões iguais às do sistema original, através de modelos matemáticos aplicados a elementos. Considerações sobre aplicações a Barragens de Terra foram feitas no Capítulo II. Ressalte-se ainda, a possibilidade de, através do método ser possível simular inclusive modelos reduzidos de laboratório, conforme será apresentado adiante.

5.2) PROCESSOS DE SIMULAÇÃO

Basicamente, há dois processos diferentes de realizar a análise por elementos finitos da construção de aterros em geral : o Processo "Gravity Turn-On" (G.T.O.) ou Construção Instantânea e o Processo Incremental ou Construção Sequencial.

Em geral, todos os programas de elementos finitos es-

tão aptos a fazer a análise G.T.O., que se caracteriza pela aplicação simultânea de todo o peso próprio do aterro, sob forma de forças consistentes, em todos os pontos nodais da estrutura substituíta, conforme apresentado nos Capítulos III e IV.

O Processo Incremental caracteriza-se por procurar acompanhar a sequência real da construção do aterro, ou seja, pela colocação sucessiva de camadas do material. Brown e Goodman(1963) desenvolveram, em bases teóricas, que, para análises corretas de aterros, é necessário simular a colocação sucessiva das camadas.

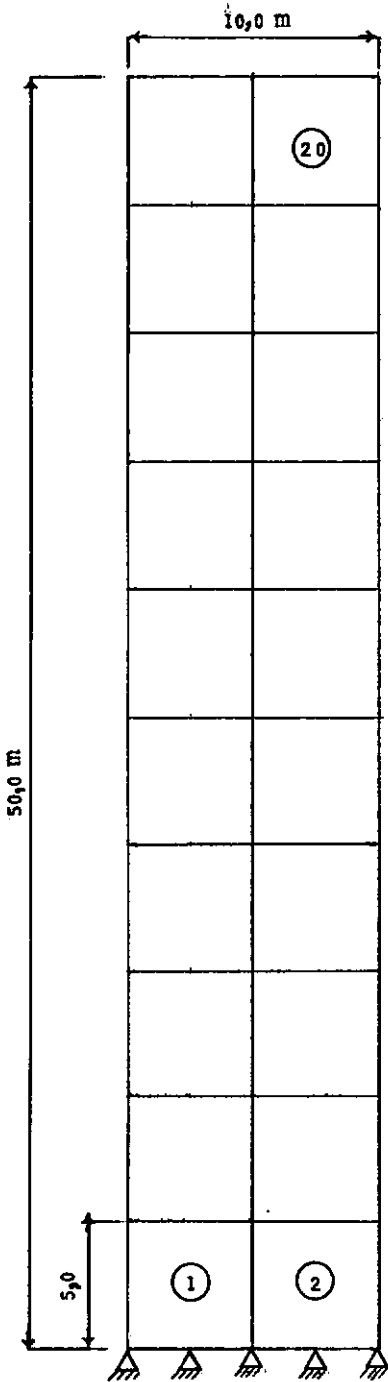
Estudos realizados (Clough e Woodward, 1967) examinaram a utilidade de ambas as análises. Observou-se que para aterros homogêneos a análise "Gravity Turn-On" pode fornecer distribuições de tensão bastante razoáveis, devido às tensões serem fundamentalmente função do peso próprio, porém os deslocamentos calculados, principalmente os verticais, divergem bastante dos calculados por análise Incremental, que se aproximam dos medidos em aterros reais. As deformações calculadas pelo Processo G.T.O. correspondem mais precisamente às aquelas que ocorrem devido à deformação dependente do tempo, de um aterro e sua fundação, após a construção.

É então óbvio que, se a análise por elementos finitos é empregada para calcular os deslocamentos num aterro, o processo a ser utilizado deve ser o incremental. Quanto ao número necessário de camadas ou etapas, depara-se com um problema, pois no campo a construção de um aterro envolve a colocação de um grande número de camadas, cada uma das quais de pequena espessura (em torno de 30 cm). Embora fosse desejável, do ponto de vista de precisão simular a sequência de construção da forma mais próxima possível da realidade (o que implicaria num grande número de camadas), surgem problemas quanto à memória e tempo computacional, os quais impõem limitações práticas ao número de camadas que deve ser utilizado na análise. É, portanto, necessário investigar a relação entre precisão dos resultados e número de incrementos. Como já mencionado, as tensões calculadas não são fortemente influenciadas pelo processo utilizado, de forma que não se pode concluir nada quanto ao número de camadas necessário a partir das tensões. Entretanto, os deslo-

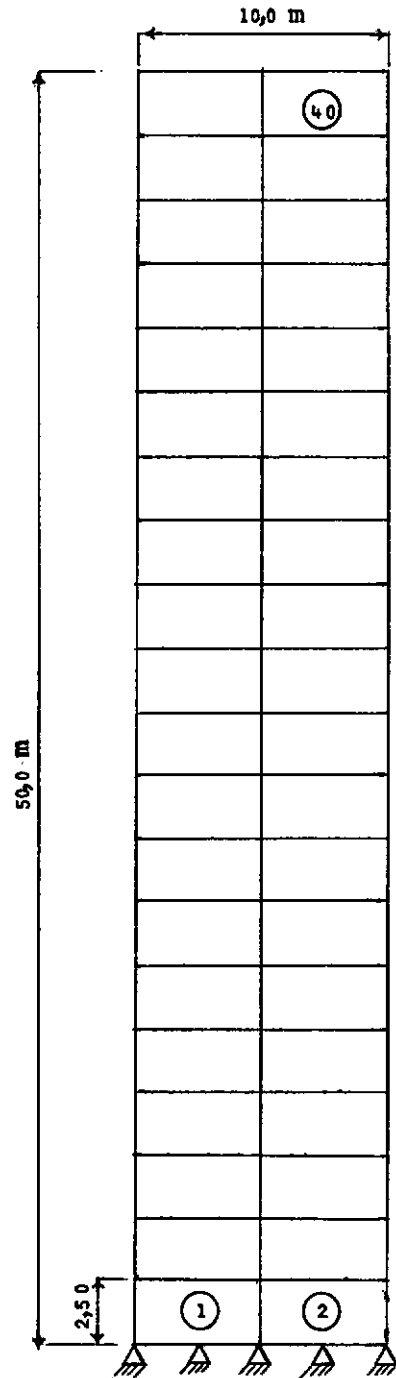
camentos calculados são extremamente afetados pelo número de incrementos, podendo, portanto, serem utilizados para estabelecer critérios quanto ao número de etapas necessárias para a obtenção de resultados satisfatórios.

Estudos realizados (Clough e Woodward, 1967) com um elemento triangular mostraram que, para um aterro homogêneo constituído por material elástico linear, os deslocamentos verticais calculados usando 14 camadas de igual espessura eram essencialmente iguais aos calculados usando 7 camadas.

No presente trabalho, realizou-se um estudo dos deslocamentos verticais calculados em uma coluna construída progressivamente (Figura 5.1), constituída por material elástico linear, com deformação permitida apenas na direção vertical. Os parâmetros adotados são apresentados na Tabela 5.1. Os valores dos deslocamentos, deformações e tensões são, ao fim de cada etapa, multiplicados por um fator de correção. Nas Figuras 5.2a e 5.2b, mostram-se os deslocamentos verticais obtidos para diferentes números de incrementos, com fator de redução igual a 1 e a 0.001, respectivamente. Pode-se observar, que a quase anulação dos deslocamentos no topo de cada camada, conduz mais rapidamente aos deslocamentos verticais calculados se tivéssemos um número infinito de camadas. Assim, as porções de deslocamento inicial de cada nova camada, que não existem na realidade, são praticamente eliminadas, e os resultados usando de 6 a 10 camadas são bastante próximos aos calculados usando um número infinito de camadas. Como ilustração observou-se, que resultados obtidos utilizando uma rede com o dobro de elementos, Figura 5.1b, apresentaram essencialmente os mesmos deslocamentos, que para a rede original, Figura 5.1a, até o limite 10 incrementos, máximo permitido neste caso.



a) 20 Elementos
85 Pontos Nodais

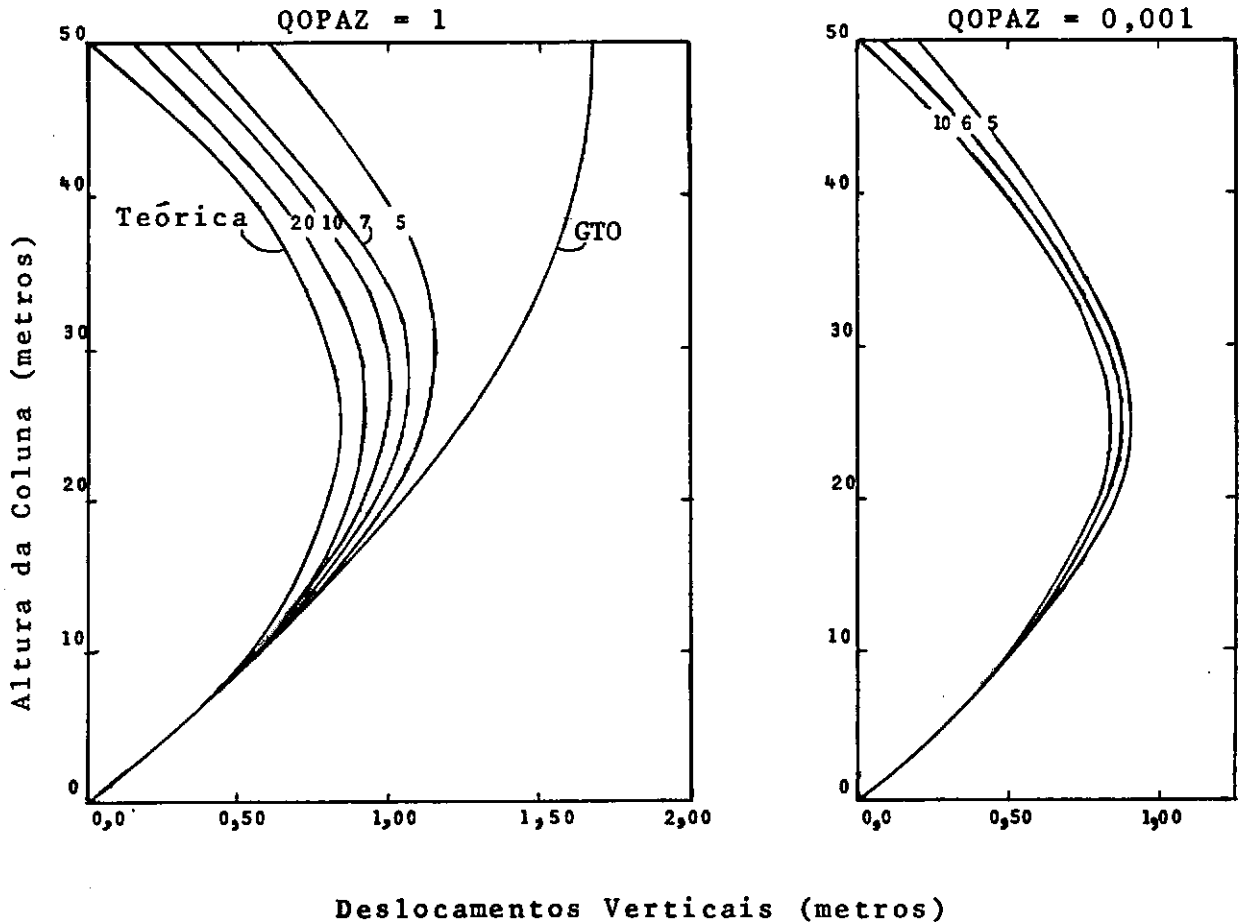


b) 40 Elementos
165 Pontos Nodais

Figura 5.1. Redes adotadas para o estudo da influência do número de camadas.

Tabela 5.1. Valores adotados para o estudo da influência do número de camadas.

γ	E	ν
(ton/m ³)	(ton/m ²)	
2,00	1500,0	0,0



a) Deslocamentos Totais
 Figura 5.2. Deslocamentos verticais em uma coluna construída sequencialmente.

b) Deslocamentos modificados pelo fator de redução (0,001)

Para melhor caracterizar o até agora comentado neste Capítulo, realizou-se um estudo com uma Barragem Modelo (Gabriel 2), homogênea, simétrica, constituída por um material elástico linear, assente sôbre fundação rígida (Figura 5.3) cuja discretização á apresentada na Figura 5.4. Os parâmetros utilizados são apresenta dos na Tabela 5.2.

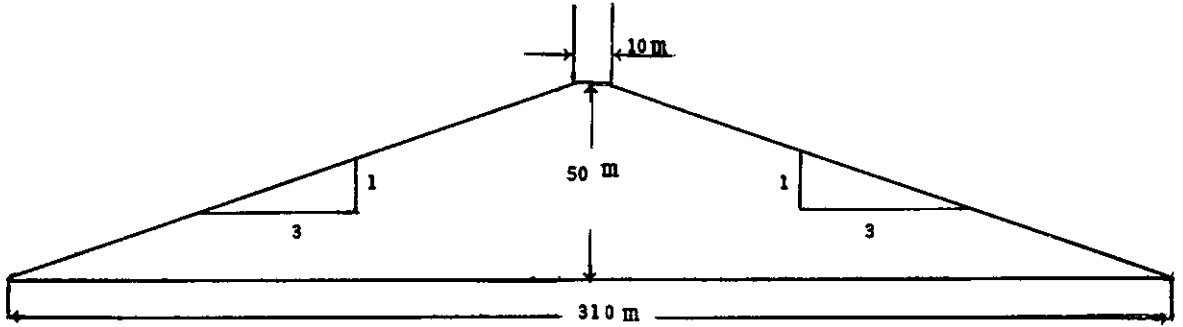


Figura 5.3. Geometria da Barragem de Terra Modelo (GABRIEL 2)

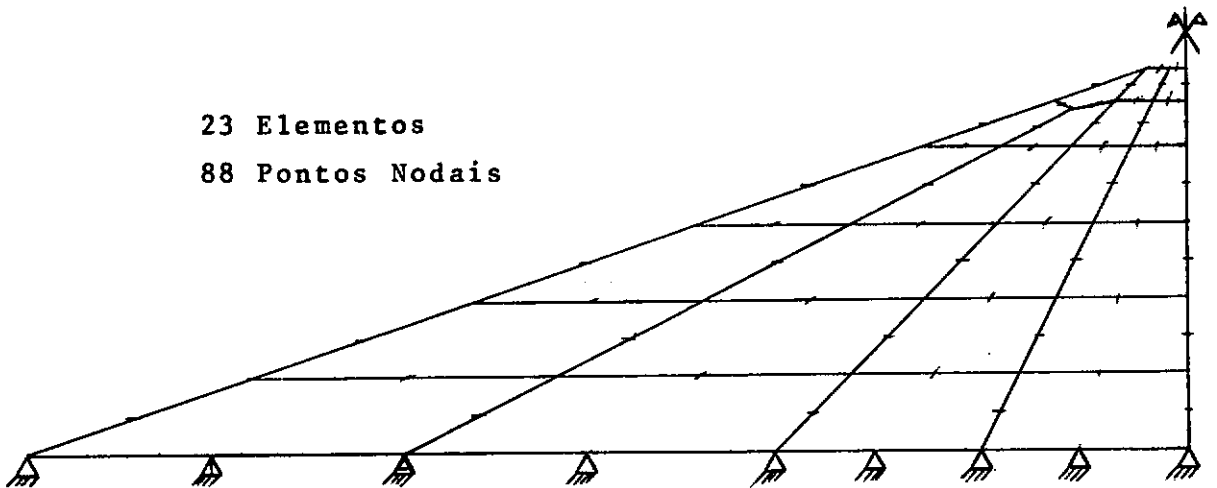


Figura 5.4. Rede de Elementos Finitos para a Barragem Modelo assente sobre fundação rígida.

Tabela 5.2. Parâmetros adotados para o estudo dos Processos de Simulação

γ	E	ν
(ton/m ³)	(ton/m ²)	
1,85	1500,0	0,4

O estudo foi feito utilizando-se os Processos "Gravity Turn-On" e Incremental (6 etapas de construção) e os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 5.5 e 5.6.

Observa-se, conforme já comentado, que as tensões apresentam resultados bastante próximos, porém os deslocamentos verticais apresentam uma variação completamente diferente. Para o Processo G.T.O., os deslocamentos crescem de um valor nulo no fundo do aterro, para um valor máximo no topo, enquanto no Processo Incremental, o deslocamento máximo é obtido aproximadamente na metade da altura, sendo nulos os deslocamentos no topo e no fundo, o que corresponderia a resultados de medição num aterro real.

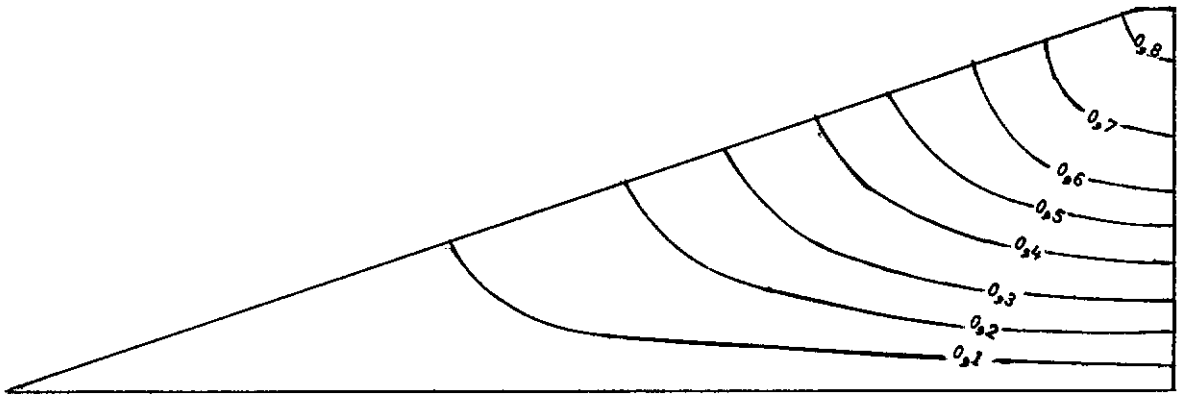
Concluindo, poder-se-ia dizer, que:

1º) O Processo "Gravity Turn-On" é mais simplificado reque^{re}rendo menor tempo de computação, sendo satisfatório para a determinação de tensões, principalmente em nível de anteprojeto.

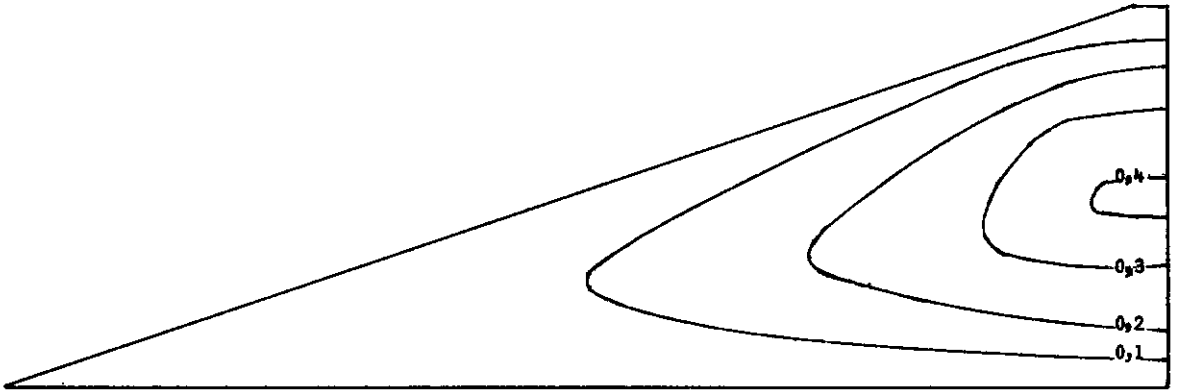
2º) A análise incremental é essencial para a determinação dos deslocamentos durante a construção do aterro.

3º) Para recalques pós-construção a análise "Gravity Turn-On" pode fornecer bons resultados, (E.Silveira, 1971; Lacerda e Mahler, 1973), num estudo preliminar. Observe-se ainda, que a análise incremental permite a consideração da não linearidade, a ser discutida no Capítulo VI.

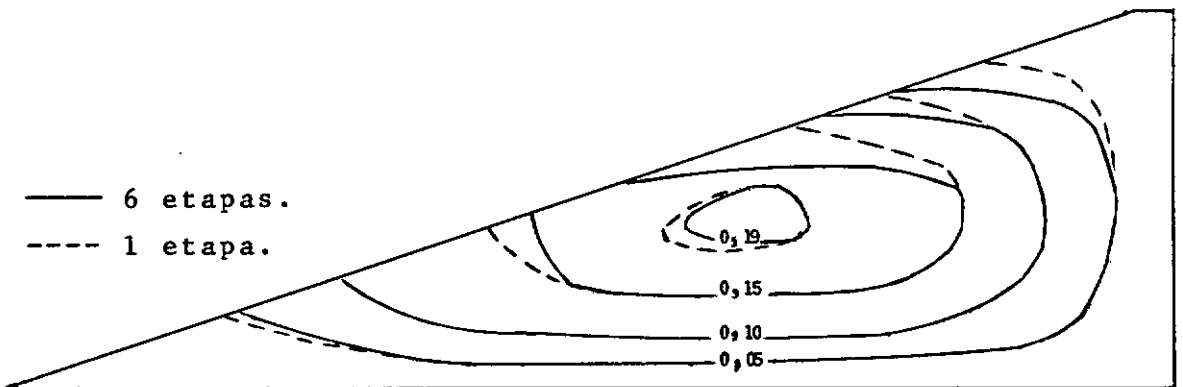
*



a) Deslocamentos Verticais - 1 etapa.



b) Deslocamentos Verticais - 6 etapas.

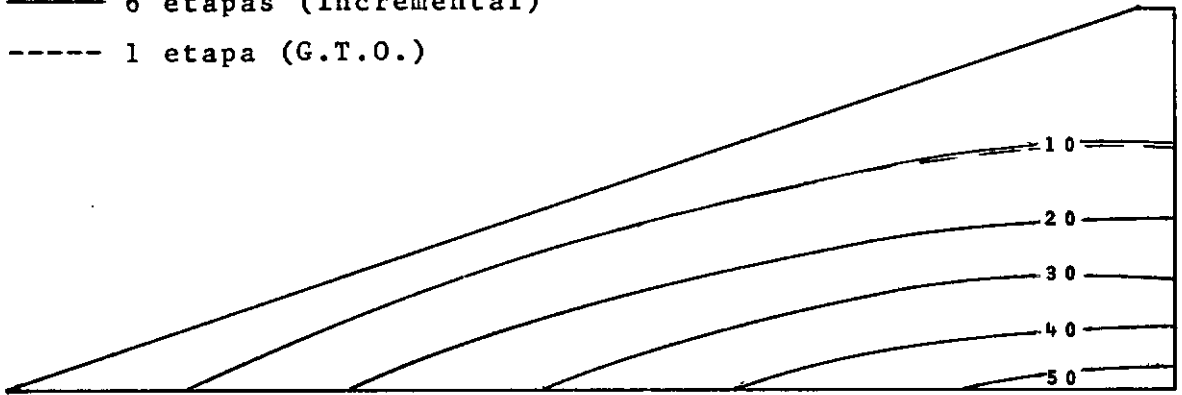


c) Deslocamentos Horizontais

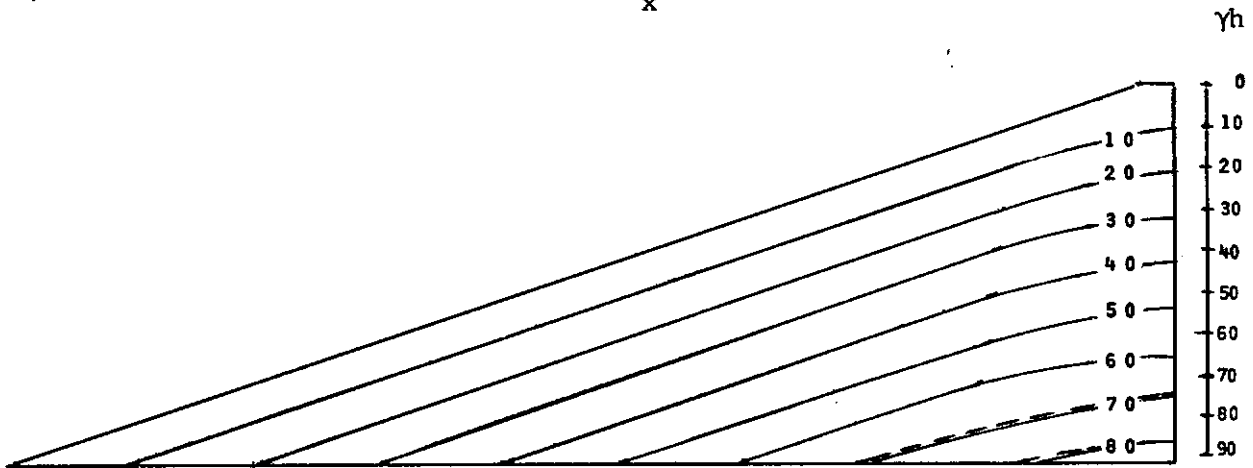
Figura 5.5 Contornos de deslocamentos (em metros) para uma e seis etapas de construção da Barragem Modelo GABRIEL 2.

—— 6 etapas (Incremental)

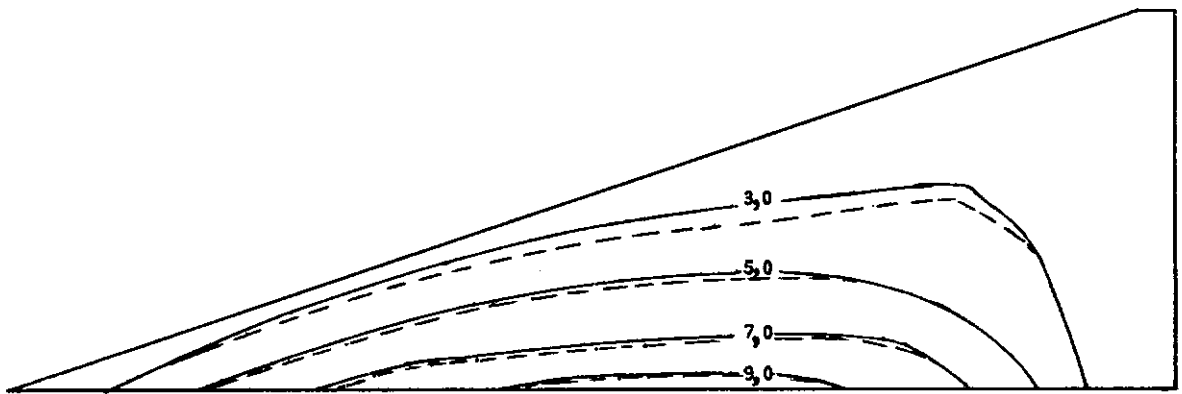
----- 1 etapa (G.T.O.)



a) Tensões Normais Horizontais σ_x



b) Tensões Normais Verticais σ_y



c) Tensões Cisalhantes τ_{xy}

Figura 5.6 Contornos de tensões (ton/m²) para uma e seis etapas de construção da Barragem Modelo GABRIEL 2.

5.3) SIMULAÇÃO DE MODELOS REDUZIDOS

Apresenta-se aqui outra possibilidade do Método dos Elementos Finitos, que é a simulação de modelos reduzidos. Para tal, realizou-se a simulação do modelo reduzido utilizado por Reinius (1973), o qual estudou a influência da inclinação do núcleo nas pressões hidráulicas do reservatório a montante transmitidas à fundação do aterro à jusante. Como no trabalho citado não há informações suficientes quanto aos parâmetros do material utilizado (areia), os mesmos foram na presente pesquisa adotados e são apresentados na Tabela 5.3. Considera-se que o modelo está assente sobre fundação rígida. As dimensões do modelo, bem como as redes adotadas para cada caso, são apresentadas na Figura 5.7. A simulação compreende a construção do modelo, e o posterior enchimento de um suposto reservatório, que, no programa, é representado pela pressão de água, conforme Figura 5.7b, c e d. Para simular a construção do modelo utilizou-se o Processo "Gravity Turn-On". O líquido utilizado no ensaio foi o cloreto de zinco cuja densidade variava entre 1,0 e 1,9 g/cm³. Os valores adotados para a densidade da água são os mesmos apresentados por Reinius em seus gráficos de pressões. Nas Figuras 5,8a, b, c e d, observa-se boa similaridade entre os resultados, podendo-se atribuir a diferença como devida aos parâmetros adotados não serem suficientemente próximos dos reais, bem como o efeito de atrito entre o aterro e a fundação não ter sido considerado. Observe-se, que a escala vertical das pressões é adotada de tal forma, que o diagrama de cargas verticais sem ação da água, seja igual em superfície à secção transversal do modelo.

Tabela 5.3. Parâmetros Adotados para o Estudo do Modelo "Reinius"

Análise Plano Tensão							
Caso							
	a	b	c	d			
E (g/cm ²)	←	420000	→				
v	←	0,44	→				
γ _{solo} (g/cm ³)	←	1,55	→				
γ _{água} (g/cm ³)	—	1,70	1,30	1,85	1,30	1,85	1,30

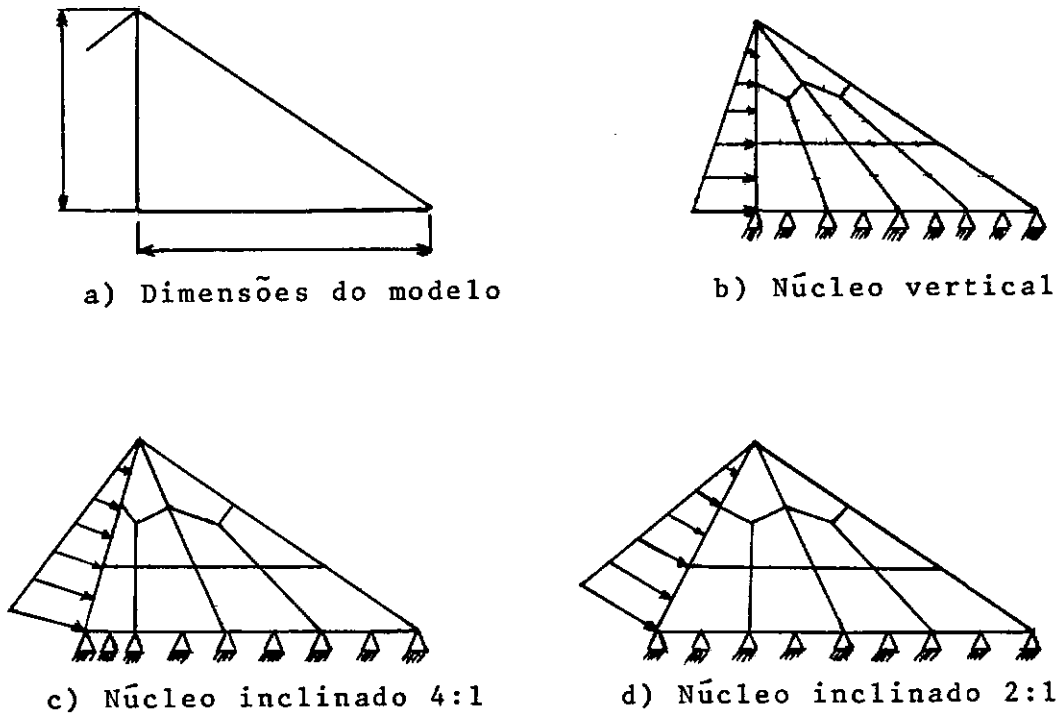


Figura 5.7. Dimensões do modelo "Reinius". Redes adotadas. 10 elementos. 41 pontos nodais.

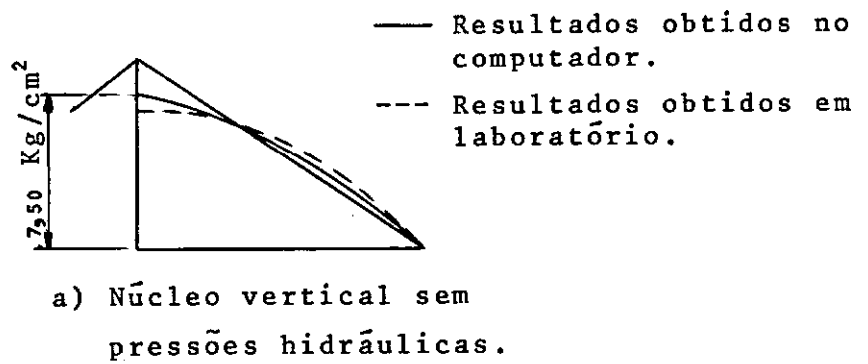
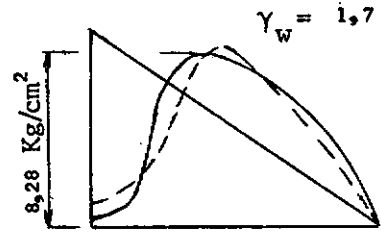
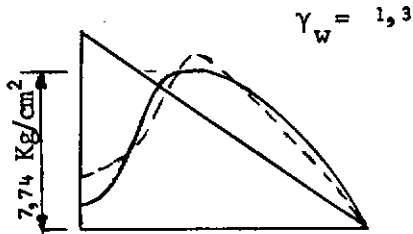
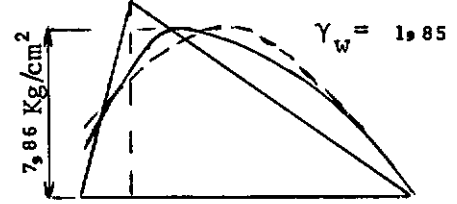
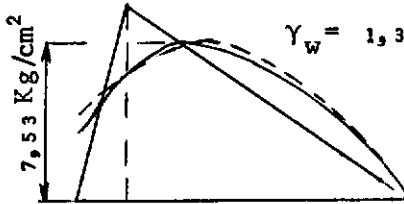


Figura 5.8. Pressões na fundação a jusante. Modelo "Reinius".

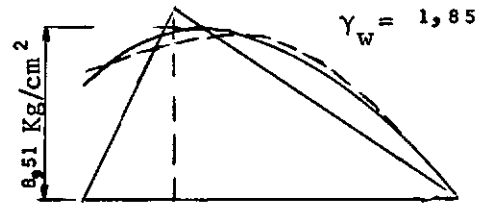
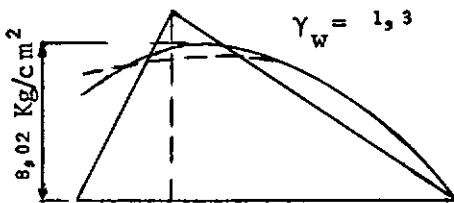
— Resultados obtidos no computador pelo M.E.F.
 ---- Resultados obtidos em laboratório



b) Núcleo vertical com
pressões hidráulicas



c) Núcleo inclinado 4:1,
com pressões hidráulicas



d) Núcleo inclinado 2:1,
com pressões hidráulicas.

Figura 5.8. Pressões na fundação a jusante.
Modelo "Reinius".

5.4) COMPARAÇÃO COM ELEMENTO DE "FELIPPA"

O elemento proposto por Felippa (1966) é um quadrilátero consistindo de dois triângulos de deformação linear. No interior do elemento as deformações variam linearmente, mas para assegurar compatibilidade entre os elementos, nas fronteiras do quadrilátero elas são supostas constantes.

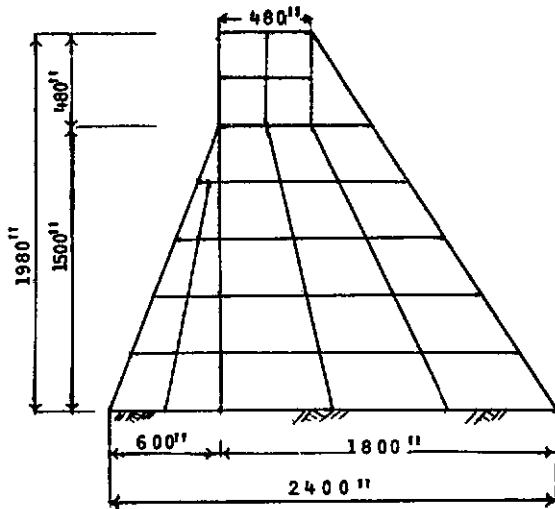
Para comparação entre o elemento utilizado no programa automático apresentado neste trabalho com o elemento de "Felippa" repetiu-se um estudo realizado por Lysmer e Duncan (1969) com uma barragem de concreto. As redes e os parâmetros adotados são apresentados nas Figuras 5.9 e Tabela 5.4, respectivamente. A simulação da construção é realizada pelo Processo "Gravity Turn-On" em análise plano deformação.

Verifica-se pelos resultados apresentados na Figura 5.10 uma boa concordância entre os resultados. Ressalte-se que no elemento isoparamétrico as tensões variam linearmente no interior do elemento, sendo calculadas nos pontos nodais do mesmo, enquanto no elemento de "Felippa" as tensões são calculadas apenas no ponto central do elemento.

Não houve possibilidade de uma comparação de tempos de execução por os programas serem essencialmente diferentes.

Tabela 5.4. Parâmetros Adotados para o Estudo da Barragem de Concreto "LYSMER e DUNCAN"

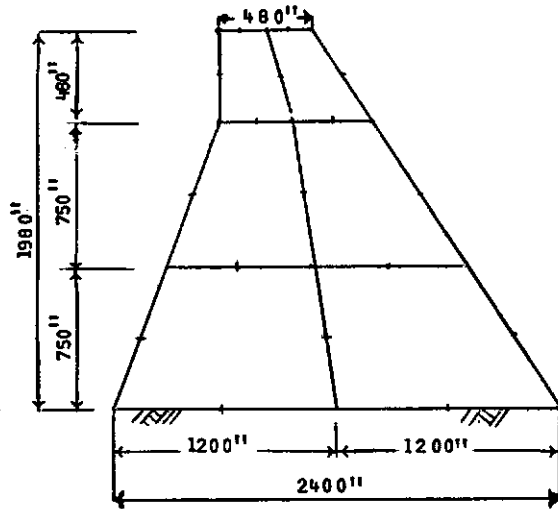
E	ν	γ
psi	-	lb/in ³
2×10^6	0,17	0,0897



a) Elemento "FELIPPA"

29 Elementos

40 Pontos Nodais



b) Elemento Isoparamétrico

6 Elementos

29 Pontos Nodais

Figura 5.9 Redes de elementos finitos para Barragem de Concreto "LYSMER e DUNCAN".

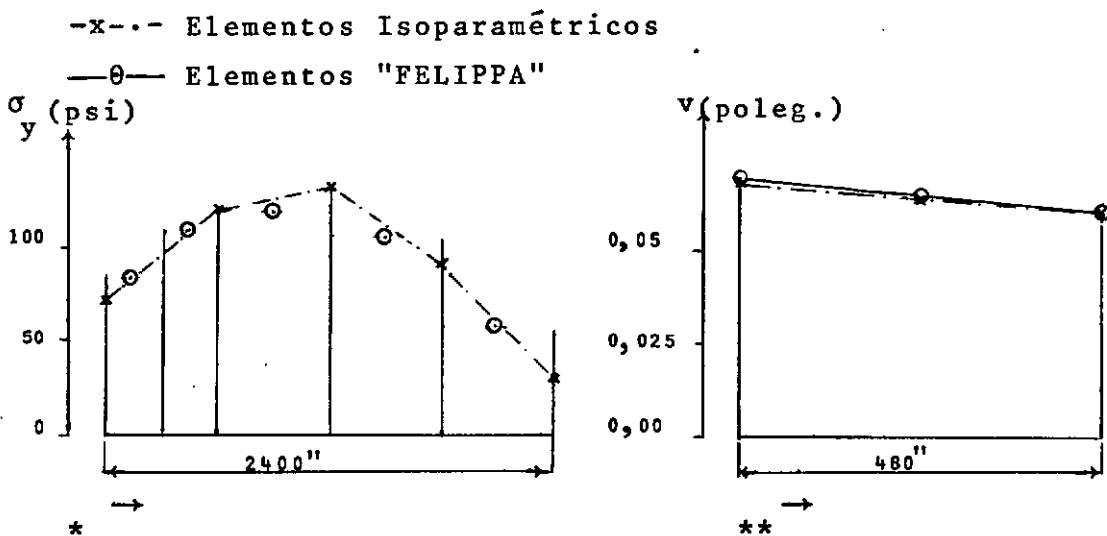


Figura 5.10 Comparação de resultados entre elementos lineares (Felippa) e isoparamétricos.

* a) Tensões Verticais na base da barragem.

** b) Deslocamentos Verticais na crista da barragem.

C A P Í T U L O V I

ANÁLISE NÃO LINEAR

6.1) GENERALIDADE

As relações tensão-deformação em solos têm um comportamento não linear. Portanto, a hipótese de linearidade das relações entre as cargas aplicadas e os deslocamentos obtidos como resposta, em obras de terra, não é válida "a priori", devendo então o estudo do comportamento destas obras ser realizado usando relações não lineares entre as grandezas acima.

Pede-se definir duas causas distintas de não linearidade:

1.^a) Não linearidade geométrica, caracterizada pelo fato dos deslocamentos serem de tal grandeza de modo a não permitir a suposição de coincidência da estrutura antes e depois da aplicação de solicitações;

2.^a) Não linearidade física, caracterizada por uma relação não linear entre as tensões e as deformações deixando de ser válida a expressão:

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (6.1)$$

com $[D]$ constante.

Pode-se definir ainda uma 3.^a categoria de não linearidade, quando as duas primeiras ocorrem simultaneamente. Nestes casos as relações demonstradas no item 3.3.2.4. deixam de ser válidas por não ser possível escrever (3.11).

Nesta pesquisa, considera-se apenas a 2.^a causa, por ser a mais importante em obras de terra, uma vez que maciças, onde a não linearidade geométrica pode, em geral, ser desprezada. Observe-se, entretanto, que as três técnicas usuais de resolução são fundamentalmente as mesmas.

O estudo da não linearidade física pode ser dividido em duas partes:

1.^a) Que compreende a maneira de, na programação, aproximar-se o mais possível da não linearidade observada;

2.^a) Que compreende a obtenção, através de ensaios de laboratório ou "in situ", da lei constitutiva do material utilizado, com a consequente determinação da melhor forma de representá-la.

Para a 1.^a parte, se for possível, através de soluções lineares, utilizar um processo incremental ou iterativo, tal que, no final obtenha-se um ajustamento perfeito entre as tensões e deformações calculadas com a lei constitutiva observada, conseguiu-se uma solução para o problema não linear.

Para a 2.^a parte, um intenso estudo na determinação das leis constitutivas apropriadas aos solos vem sendo desenvolvido em vários centros de pesquisa. Uma das principais limitações tem sido a dificuldade de simular os fenômenos ocorridos ou a ocorrerem no campo, bem como a dificuldade na obtenção de amostras realmente significativas. No Capítulo VIII apresentam-se alguns dos fatores influentes na determinação destas leis.

A apresentação a seguir é feita em termos de um n^o da estrutura substituta. Isto é possível, porque as propriedades de material e de deformação de cada elemento são estudadas independentemente. O processo de montagem dos elementos (Capítulo III) não é afetado pela relação tensão-deformação não linear do material.

6.2) SOLUÇÕES TÉCNICAS DE ANÁLISE NÃO LINEAR

A solução de problemas não lineares é usualmente encontrada por uma das três técnicas básicas:

- 1) Incremental;
- 2) Iterativa;
- 3) Mista ou Incremental-Iterativa.

A técnica utilizada neste trabalho é uma variante da Mista, a qual será mais adiante explicada. Uma exposição detalhada das técnicas

acima pode ser encontrada em Desai e Abel (1972).

Em problemas lineares elásticos de pequenas deformações, formulados pelo Método dos Deslocamentos, chega-se à solução final através da resolução do sistema (3.12) para toda estrutura.

Para a obtenção deste sistema admitiu-se uma lei constitutiva linear (6.1). No caso da não linearidade física, processa-se à uma modificação nesta equação, que toma a forma:

$$F(\sigma, \epsilon) = 0 \quad (6.2)$$

Para obter a solução de um problema não linear, basta executar ajustamentos nos parâmetros de (6.1), $[D]$, $\{\epsilon_o\}$ ou $\{\sigma_o\}$, individualmente ou em diferentes combinações. Para isso é essencial utilizar uma das técnicas inicialmente apresentadas.

Se a solução é baseada no ajustamento da matriz de elasticidade $[D]$, tem-se a técnica da "RIGIDEZ ou ELASTICIDADE VARIÁVEL", se a solução é obtida pelo ajustamento de $\{\sigma_o\}$ ou $\{\epsilon_o\}$, a técnica é denominada por "TENSÕES INICIAIS" ou "DEFORMAÇÕES INICIAIS", respectivamente.

Em diversas situações reais (6.2) não pode ser escrita em termos de tensões e deformações totais, mas pode ser estabelecida para incrementos destas, tomando a forma:

$$F(\Delta\sigma, \Delta\epsilon) = 0 \quad (6.3)$$

Em tais casos, os mesmos processos anteriormente definidos podem ser aplicados para cada incremento de carga (ou tempo, na situação "creep").

É importante frisar que as especificações de $[D]$, $\{\epsilon_o\}$ e $\{\sigma_o\}$ formam os dados essenciais através dos quais qualquer programa de análise elástica é resolvido, sendo indiferente se tais programas são obtidos com base numa discretização de elementos finitos.

TÉCNICA DA RIGIDEZ VARIÁVEL - PROCESSO MISTO UTILIZADO

Se a relação (6.2) do comportamento de um determinado material pode ser escrita na forma (6.1), mas com a matriz de elasticidade em função do nível de tensões ou de deformações atingido, tem-se:

$$[D] = [D(\{\sigma\})] = [D(\{\delta\})] \quad (6.4)$$

e a técnica de Rigidez Variável pode ser aplicada.

Como em cada elemento define-se um material constituinte, sua matriz de rigidez é influenciada pelas propriedades do material (caracterizadas na matriz de elasticidade). Logo, os coeficientes de rigidez deixam de ser constantes:

$$[K] = [K(\{\delta\}^e, \{F\}^e)] \quad (6.5)$$

Uma simulação correta da construção de barragens de terra por elementos finitos deve ser feita incrementalmente, conforme observado no Capítulo V, onde a análise é linear. Para análises não lineares, tal processo incremental (Capítulo V) deve também ser utilizado. A variante da técnica Mista aqui utilizada, conhecida como "Solução por Tensões Intermediárias", é comprovadamente a melhor solução para análises não lineares de construção de aterros (Kulhawy et al, 1969).

De acordo com (3.7), os parâmetros que definem a matriz de elasticidade são o módulo de Young e o coeficiente de Poisson. Na análise não linear, eles são tomados tangentes ou secantes às curvas que definem as relações tensão deviatórica (σ_d) vs deformação axial (ϵ_a) e deformação radial (ϵ_r) vs deformação axial (ϵ_a), conforme Figura 6.1a e b, respectivamente. Tais relações são obtidas em ensaios triaxiais convencionais (tensão confinante σ_3 constante).

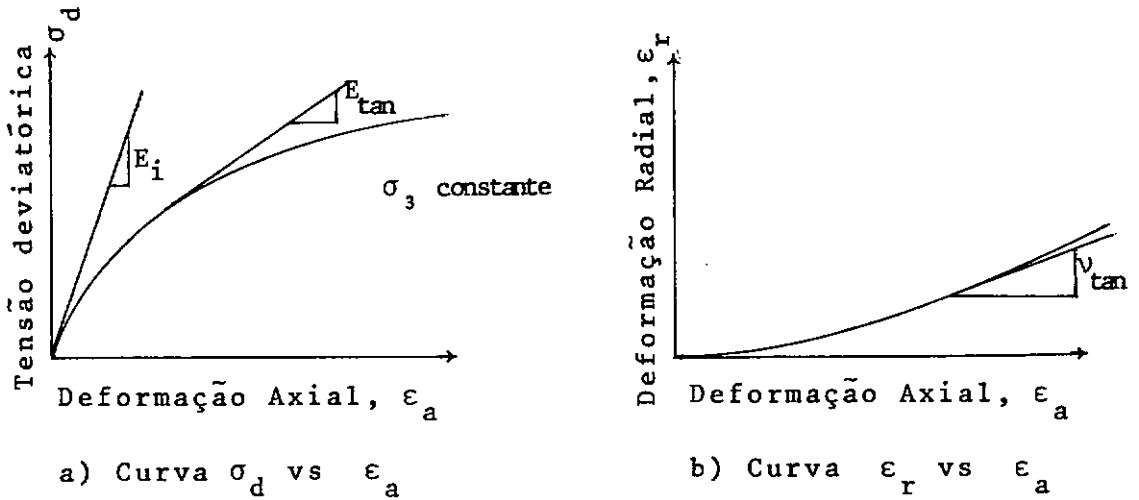


Figura 6.1 Curvas típicas de ensaios triaxiais convencionais em solos.

Logo,

$$E_{tan} = \frac{\partial(\sigma_d)}{\partial \epsilon_a} \quad (a) \quad (6.6)$$

$$v_{tan} = - \frac{\partial \epsilon_r}{\partial \epsilon_a} \quad (b)$$

onde $\epsilon_r = \frac{(\epsilon_v - \epsilon_a)}{2}$ e ϵ_v é a deformação volumétrica.

Pode-se então, em função de E e v subdividir as formas de análise da não linearidade física em:

- 1.^a) E variável e v constante;
- 2.^a) v variável e E constante;
- 3.^a) E e v variando.

Para a apresentação da variante utilizada considera-se apenas a 1.^a forma, observando-se que para os 2º e 3º casos o processo é semelhante.

O processo caracteriza-se por, conforme Figura 6.2, após aplicada uma nova camada fazer-se uma média entre as tensões anteriores e posteriores à aplicação deste incremento, obtendo-se tensões denominadas intermediárias. A análise é repetida com novos módulos de elasticidade obtidos agora em função de tensões intermediárias. As variações de tensão, obtidas nesta segunda fase, são adicionadas às tensões anteriores à aplicação da nova camada.

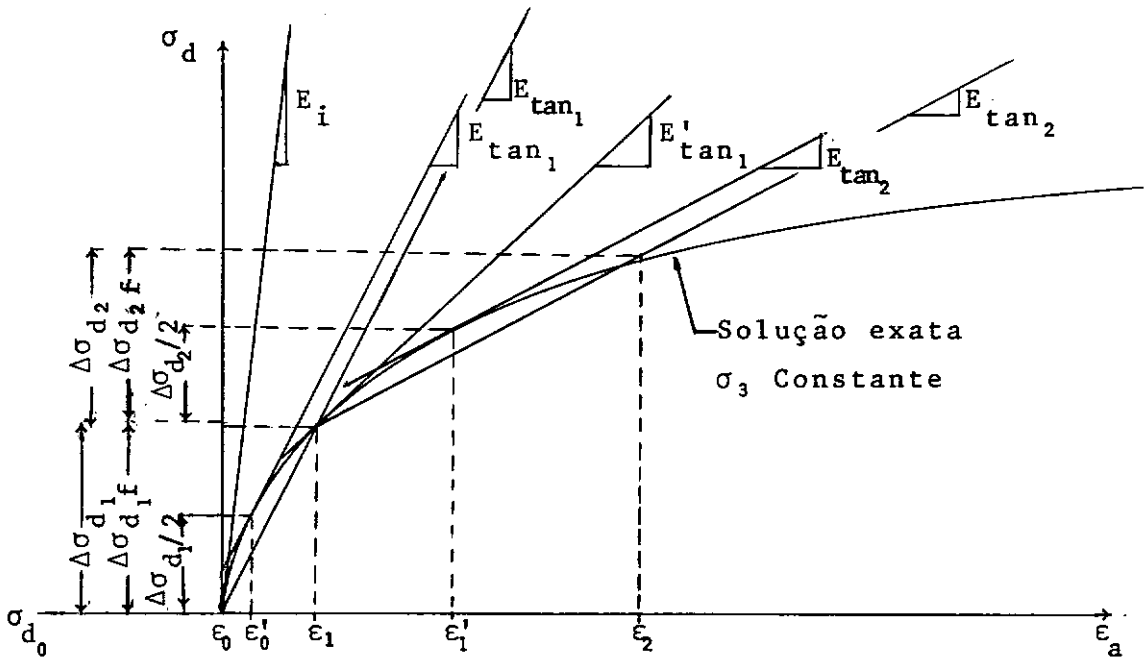


Figura 6.2 Técnica "mista" utilizada para análise não linear.

Analiticamente tem-se :

1º Incremento:

σ_{d_0}, ϵ_0 - estado de tensão e deformação inicial

$$\begin{aligned} \sigma'_{d_1} &= \sigma_{d_0} + \frac{\Delta\sigma_{d_1}}{2} & E_i &= \frac{\partial\sigma_{d_0}}{\partial\epsilon_0} \\ \sigma_{d_1} &= \sigma_{d_0} + \Delta\sigma_{d_1}f & E_{tan_1} &= \frac{\partial\sigma'_{d_1}}{\partial\epsilon_0} \end{aligned} \quad (6.7)$$

2º Incremento:

$$\begin{aligned} \sigma'_{d_2} &= \sigma_{d_1} + \frac{\Delta\sigma_{d_2}}{2} & E'_{tan_1} &= \frac{\partial\sigma_{d_1}}{\partial\epsilon_1} \\ \sigma_{d_2} &= \sigma_{d_1} + \Delta\sigma_{d_2}f & E_{tan_2} &= \frac{\partial\sigma'_{d_2}}{\partial\epsilon_1} \end{aligned} \quad (6.8)$$

e assim sucessivamente.

Caso a iteração não se realize, ou seja, as tensões utilizadas na nova etapa sejam as finais da etapa anterior, tem-se a técnica Incremental e a forma de aproximação obtida é a apresentada na Figura 6.3.

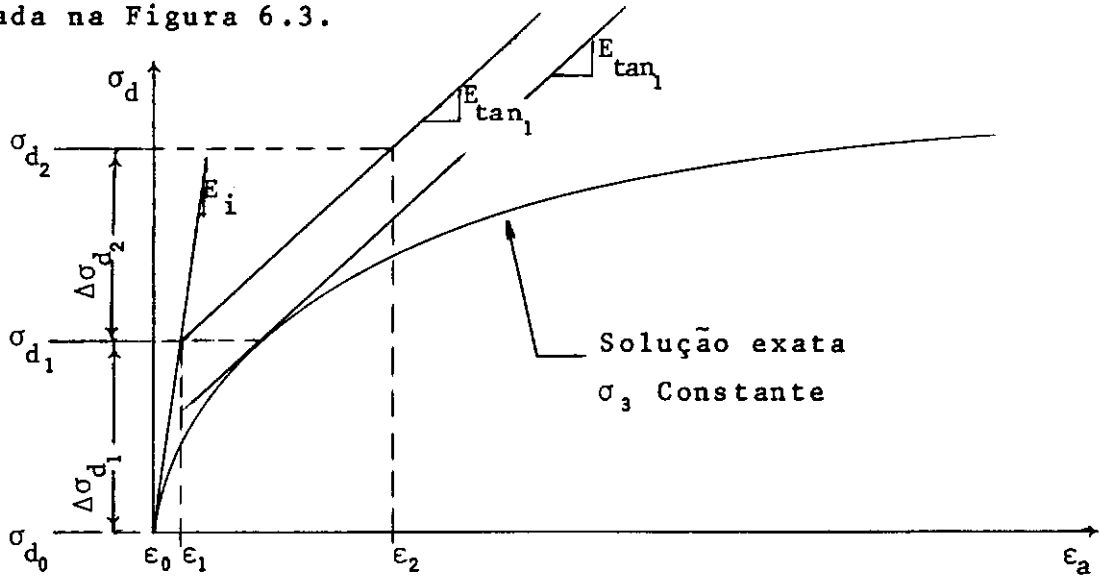


Figura 6.3 Técnica Incremental "Tensões Iniciais Passadas"

Analisando as Figuras 6.2 e 6.3, pode-se concluir que pela técnica incremental são necessárias mais etapas para atingir a mesma precisão que a variante do incremental-iterativo adotada. No primeiro, a cada etapa, realiza-se uma iteração, o que leva a um maior tempo computacional. A pergunta sobre qual dos dois conduz a uma boa precisão num tempo menor é respondida em Kulhawy et al (1969), onde observa-se que para alcançar uma precisão de 5% nos resultados, num certo exemplo, são necessários pela primeira técnica 5 incrementos, enquanto pela segunda, pelo menos 18 incrementos. A partir disto e das figuras, ficam obvias as vantagens na utilização da primeira técnica no programa.

6.3) SIMULAÇÃO DAS CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Desenvolver uma lei constitutiva geral, que seja válida para toda uma classe de materiais terrosos sob quaisquer condições de carregamento, é praticamente impossível. Através de amostras e de resultados de um conjunto de ensaios, é possível, entre-

tanto, estabelecer-se uma lei constitutiva que deve ser válida estritamente para o caso considerado. Em barragens, até o presente momento, tais leis têm sido determinadas utilizando-se, em geral, os ensaios triaxiais convencionais. Nos capítulos seguintes fazem-se alguns comentários sobre este assunto.

Para simulação das curvas obtidas nos ensaios, duas formas têm sido utilizadas: digital e funcional. No programa automático deste trabalho (Apêndice 2), os dois tipos de análise são possíveis e a seguir apresentados.

6.3.1) Simulação pela Forma Digital

Nesta simulação as curvas obtidas em laboratório são substituídas por segmentos de reta, conforme Figura 6.4. Em certos pontos são determinados o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, os quais são função da tensão confinante e da tensão de - viatórica. Durante a execução do programa, para cada ponto nodal, em função do estado de tensões ali existente e dos dados fornecidos, é feita uma interpolação linear para a determinação dos parâmetros E e ν . Recomenda-se a adoção de pelo menos três curvas, obtidas com diferentes tensões confinantes, as quais devem ser escolhidas pela experiência do projetista.

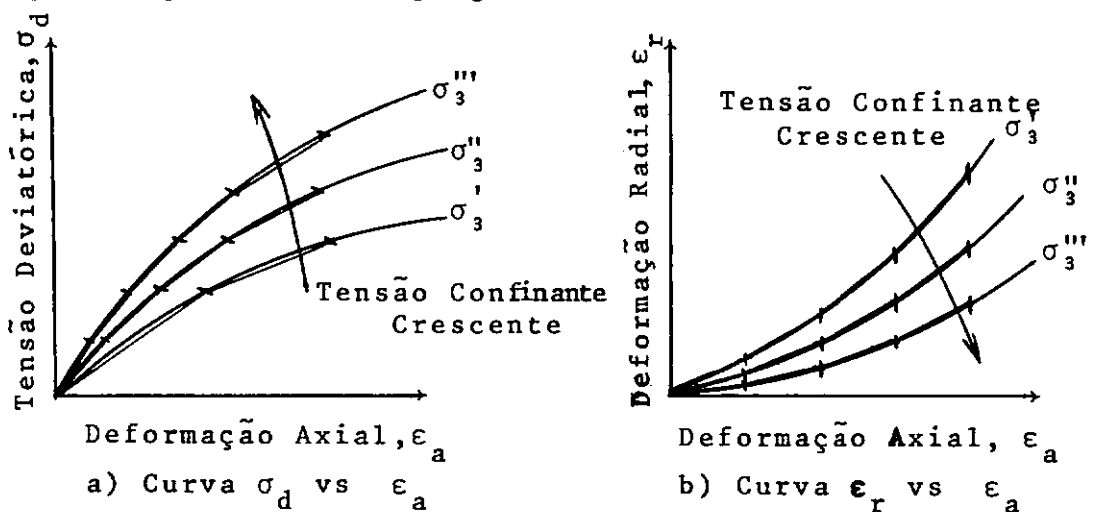


Figura 6.4 Substituição das curvas típicas de laboratório por segmentos de reta.

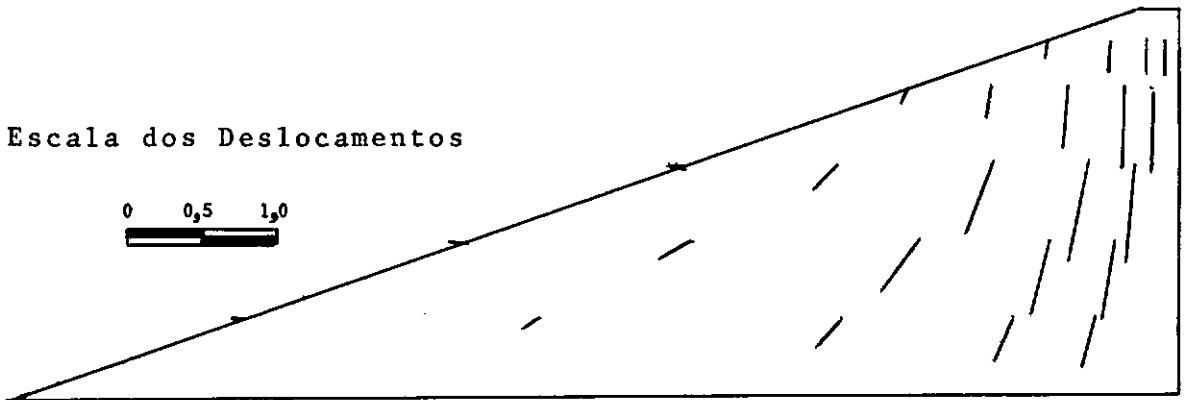
Para exemplificar o exposto, realizou-se em 6 incrementos um estudo com a Barragem Gabriel 2 apresentada no Capítulo V, utilizando a mesma discretização. O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson variam conforme os dados apresentados, sob forma digital, na Tabela 6.1. Para outras informações sobre os parâmetros a adotar nesta formulação, ver Apêndice 1. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 6.5.

Tabela 6.1. Parâmetros Adotados para Análise Não Linear na Forma Digital

$$\gamma = 1,85 \text{ ton/m}^3$$

$\sigma_d \backslash \sigma_3$	0,		10,		20,		30,		40,		50,		60,	
	E	ν	E	ν	E	ν	E	ν	E	ν	E	ν	E	ν
15,	2000,	0,37	2000,	0,37	500,	0,40	340,	0,42	150,	0,42	120,	0,43	100,	0,43
30,	2400,	0,36	2400,	0,36	1400,	0,38	400,	0,41	320,	0,41	220,	0,41	120,	0,41
60,	2800,	0,33	2800,	0,33	1700,	0,37	570,	0,40	420,	0,40	290,	0,40	150,	0,40

σ_3, σ_d e E em (ton/m²)



a) Deslocamentos nodais (em metros)

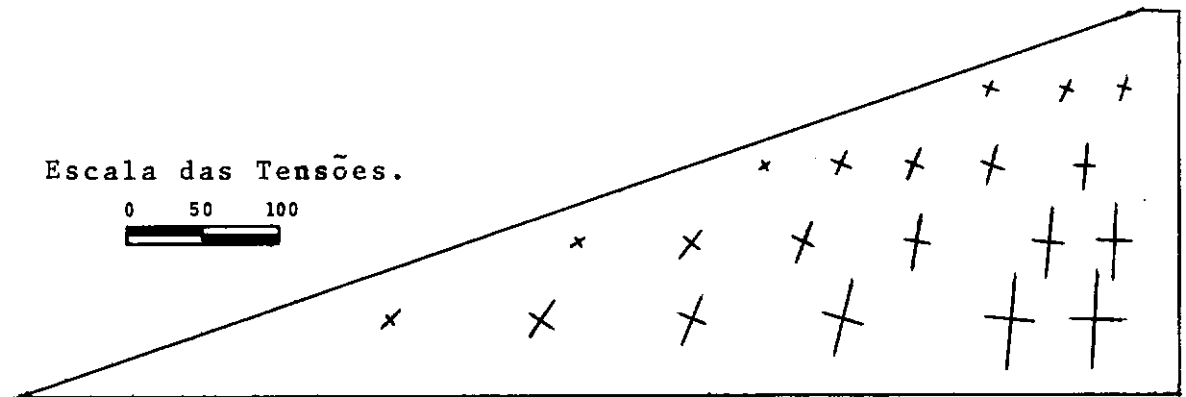
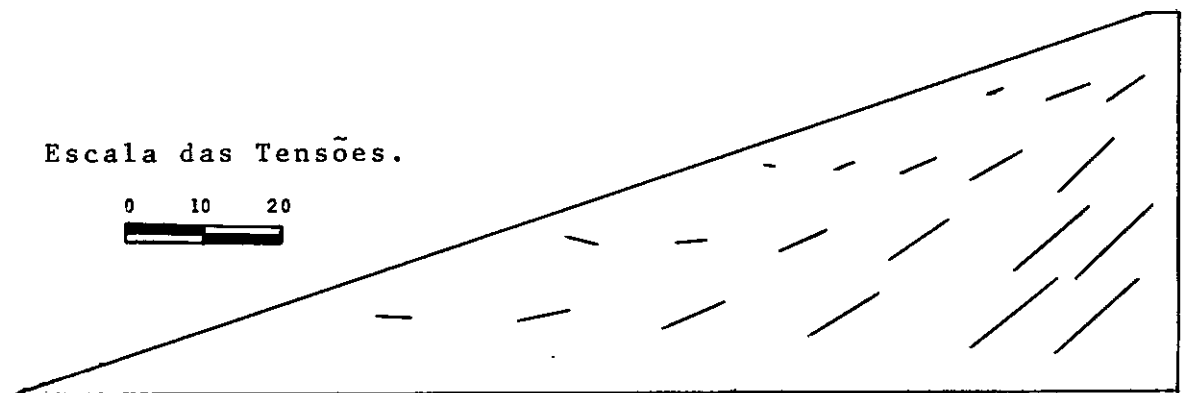
b) Direção e tensões principais (ton/m²)c) Direção e valores das tensões cisalhantes máximas (ton/m²)

Figura 6.5 BARRAGEM GABRIEL 2. Análise não linear (forma digital). 6 etapas de construção. Análise plano deformação. Resultados em alguns pontos da rede a dotada.

6.3.2) Simulação pela Forma Funcional

Nesta forma uma curva é aproximada por funções matemáticas, tais como hipérboles, parábolas, funções exponenciais, etc. Apesar das limitações já anteriormente comentadas quanto à generalidade das formas acima, elas fornecem um expediente, frequentemente, satisfatório para a resolução de diversos problemas em engenharia geotécnica. Isto é confirmado pelo grande número de boas correlações já verificadas com observações de campo.

Para a determinação do módulo de elasticidade tangente em cada estágio, adotou-se a forma hiperbólica, generalizada por Duncan e Chang (1970) para uso no Método dos Elementos Finitos, proposta em 1963 por Kondner e Zelasco (1963).

Para expressar o coeficiente de Poisson tangente adotou-se uma função exponencial proposta por Nobari (1972), generalizada por Lade (1972).

O objetivo dos próximos itens deste capítulo é informar ao leitor como podem ser determinados os parâmetros necessários para análises não lineares usando a forma funcional.

6.3.2.1) Curvas Tensão-Deformação. Formulação Hiperbólica

Kondner e Zelasco (1963) mostraram que as curvas tensão-deformação, tanto para argilas como areias, podem ser aproximadas por hipérboles, com uma boa precisão. A equação hiperbólica proposta é:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_a}{a + b\epsilon_a} \quad (6.9)$$

onde σ_1 e σ_3 são as tensões principais maior e menor, respectivamente; a e b são constantes cujos valores podem ser determinados experimentalmente. Tais constantes podem ser visualizadas fisicamente, Figura 6.6, onde a é o inverso do módulo de elasticidade tangente inicial, E_1 , e b é o inverso da tensão deviatórica máxima, $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$.

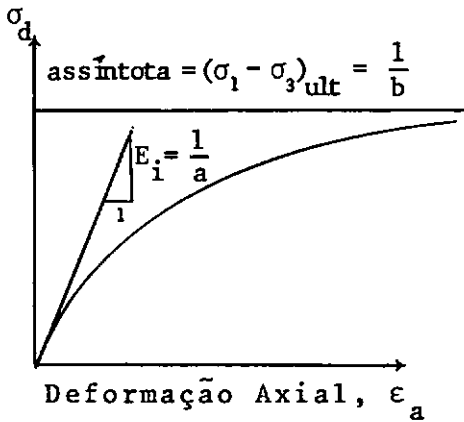


Figura 6.6 Curva Hiperbólica Tensão-Deformação.

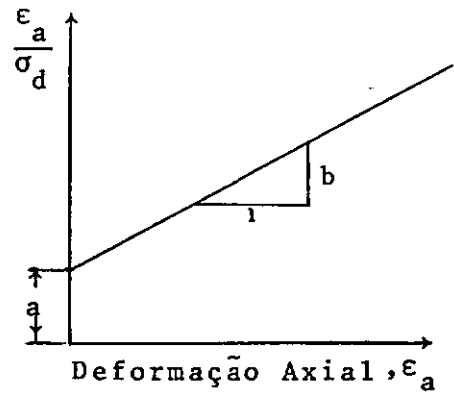


Figura 6.7 Curva Hiperbólica transformada Tensão-Deformação.

Para determinação dos valores \underline{a} e \underline{b} é conveniente transformar a equação (6.9) para a forma linear:

$$\frac{\epsilon_a}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = a + b \epsilon_a \quad (6.10)$$

Como mostrado na Figura 6.6, quando a relação é representada nesta forma, os parâmetros \underline{a} e \underline{b} são, respectivamente, o intercepto da reta com o eixo das ordenadas e a sua inclinação.

O valor de $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ é sempre maior que a tensão deviatórica na ruptura, $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$. Estes valores podem ser relacionados por:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = R_f (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} \quad (6.11)$$

onde R_f é um fator de relação, chamado "índice de ruptura", de valor sempre menor que um. R_f é determinado pela comparação entre $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ e $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ sendo um indicador da possível aproximação entre a curva tensão-deformação do laboratório e a hipérbole correspondente.

As curvas tensão-deformação para a maioria dos solos não têm uma forma precisamente hiperbólica e quando plotadas na forma transformada (Figura 6.7) não fornecem exatamente uma reta. Na Figura 6.8 são apresentadas duas formas de desvio.

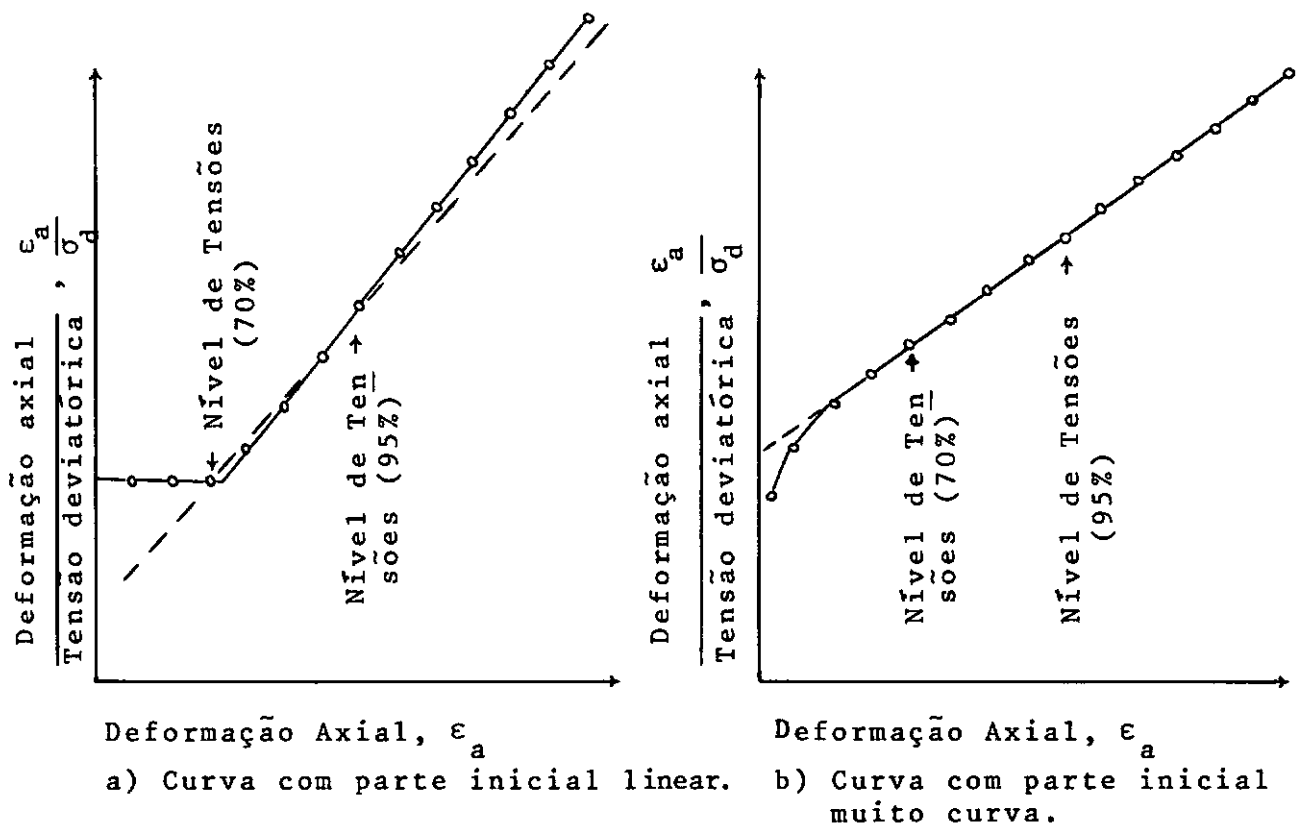


Figura 6.8 Desvios do comportamento ideal de plotagens transformadas.

APUD KULHAWY et al (1969)

Se a porção inicial da curva tensão-deformação é linear, os dados descreverão uma variação não linear (Figura 6,8a). No caso da porção inicial ser mais curva que uma hipérbole tem-se o caso da Figura 6,8b. Os resultados não descrevem uma variação linear em nenhum dos casos e é possível aproximar-se das variações por diferentes retas. Para reduzir o grau de subjetividade existente nesta interpretação, Kulhawy et al (1969), realizaram estudos para avaliar processo de obtenção de uma reta representativa. Este estudo mostrou que uma boa concordância pode ser alcançada se a hipérbole é escolhida de tal forma que coincida com a curva tensão-deformação em três pontos: a origem e os pontos onde 70 e 95% da resistência é mobilizada. Isto implica na escolha de uma reta, nas Figuras 6.8, que passe pelos pontos com nível de tensões, 70 e 95%.

O módulo de elasticidade inicial cresce com a pressão confinante usada nos ensaios, logo, a influência desta deve ser incorporada na relação tensão-deformação. A variação do módulo tan-

gente inicial, E_i , com a pressão confinante pode ser expressa por:

$$E_i = K_h \rho_a \left(\frac{\sigma_3}{\rho_a} \right)^n \quad (6.12)$$

onde ρ_a é a pressão atmosférica, K_h uma constante, e n o expoente que determina a taxa de variação de E_i com σ_3 . Tanto K_h como n são números puros, cujos valores podem ser determinados a partir de resultados de uma série de ensaios, plotando E_i e σ_3 em escala log-log e ajustando uma reta aos dados conforme Figura 6.9.

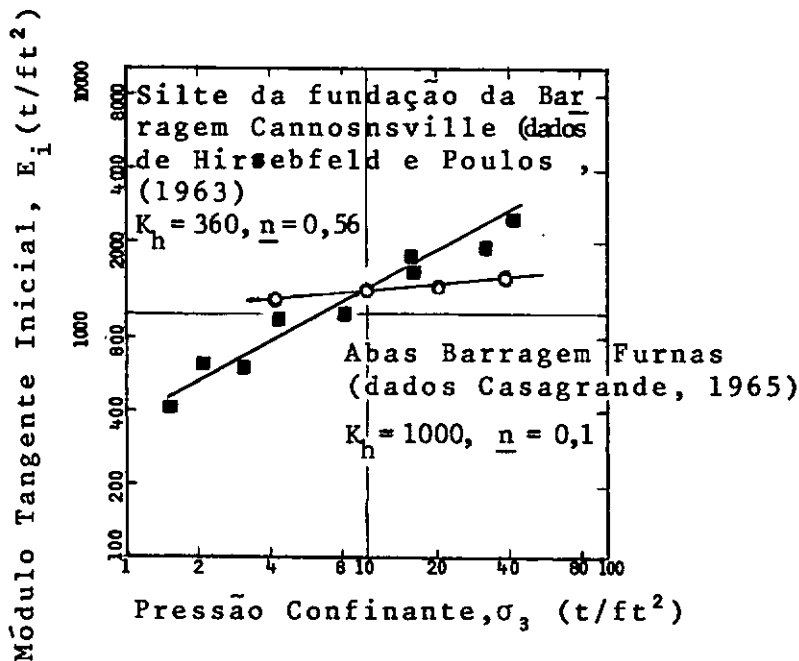


Figura 6.9 Variações do módulo tangente inicial com a pressão confinante sob condições de ensaio triaxial drenado.

APUD DUNCAN e CHANG (1970)

Supondo-se que ruptura ocorra sem mudança no valor do σ_3 , a relação entre resistência a compressão e pressão confinante, pode ser expressa em termos do Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (6.13)$$

onde c e ϕ são os parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb.

Combinando as relações hiperbólicas precedentes com (6.12) e (6.13) tem-se uma forma de relacionar tensão com deformação e pressão confinante por meio de 5 parâmetros (K, n, c, ϕ e R_f).

MÓDULO DE ELASTICIDADE TANGENTE

A relação não linear anteriormente discutida pode ser usada na análise incremental, por ser possível determinar, a partir do estado de tensões em cada ponto da rede, o módulo de elasticidade tangente correspondente a qualquer ponto da curva. Supondo constante σ_3 , o módulo tangente pode ser expresso pela relação (6.6a). Expressando os parâmetros a e b em termos do módulo tangente inicial e resistência à compressão em (6.9) e realizando a diferenciação indicada em (6.6)), obtém-se:

$$E_t = \frac{\frac{1}{E_i}}{\left[\frac{1}{E_i} + \frac{R_f \epsilon_a}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^2} \quad (6.14)$$

Colocando a deformação, ϵ_a , em evidência, tem-se:

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{E_i \left(1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right)} \quad (6.15)$$

Substituindo os valores de E_i e ϵ_a , fornecidos por (6.12) e (6.15), respectivamente, em (6.14), resulta:

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi} \right]^2 K_h \rho_a \left(\frac{\sigma_3}{\rho_a} \right)^n \quad (6.16)$$

onde o módulo tangente é função apenas dos 5 parâmetros já comentados e das tensões principais.

A utilidade da equação (6.16) resulta de sua simplicidade com relação a dois fatores:

19) Devido ao módulo de elasticidade tangente ser expresso em função apenas das tensões, pode ser utilizado para análises de problemas envolvendo quaisquer condições de tensões iniciais sem nenhuma complicação;

29) Os parâmetros envolvidos nesta relação podem ser facilmente determinados a partir dos resultados de ensaios de laboratório. O esforço necessário para determinar os parâmetros $K_{h,n}$ e R_f não supera o exigido para determinar c e ϕ .

6.3.2.2) Curvas Variação de Volume - Formulação Exponencial

O coeficiente de Poisson tangente pode ser expresso por uma função exponencial da pressão confinante e da deformação principal maior (Nobari, 1972). Na Figura 6.10, representa-se por meio de uma reta, num gráfico log-log, a relação entre $-\epsilon_r$ e ϵ_a . Lade (1972) observou que a melhor aproximação entre a reta e os pontos, na Figura 6.10, ocorria nos pontos correspondentes ao mínimo da curva de variação de volume (ponto de compressão máxima da amostra) e o de expansão máxima. Estes pontos são denotados por min. e max. na Figura 6.10. Verifica-se que os desvios da reta ocorrem nas proximidades da ruptura, quando de grandes deformações. Como em barragens geralmente a situação é de pequenas deformações a formulação aqui apresentada é satisfatória. A reta que melhor se encaixa pode ser expressa por:

$$-\epsilon_r = P \epsilon_a^m \quad (6.17)$$

onde P é o valor de $-\epsilon_r$ correspondente a ϵ_a igual a 1%, e m a inclinação desta reta. O expoente m é essencialmente independente da pressão confinante enquanto P varia com ela. A Figura 6.11 apresenta num gráfico log-log, a variação do parâmetro P em função do adimensional σ_3/p_a . Colocando a reta obtida sob forma analítica tem-se:

$$P = L \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^q \quad (6.18)$$

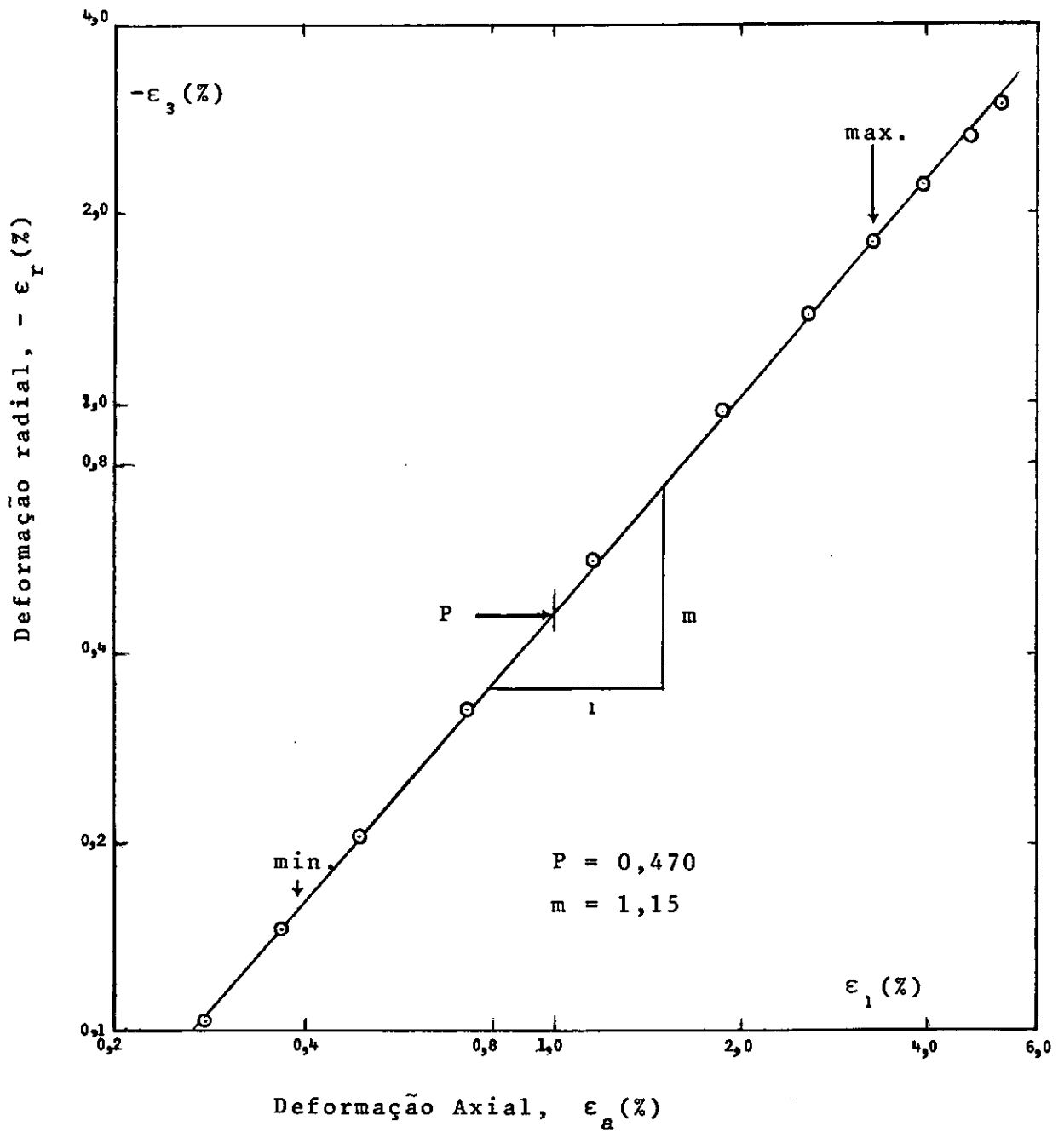


Figura 6.10 Variação de ϵ_r com ϵ_a obtida em ensaio de compressão triaxial em areia solta, $\sigma_3 = 0,60 \text{ Kg/cm}^2$

APUD LADE (1972)

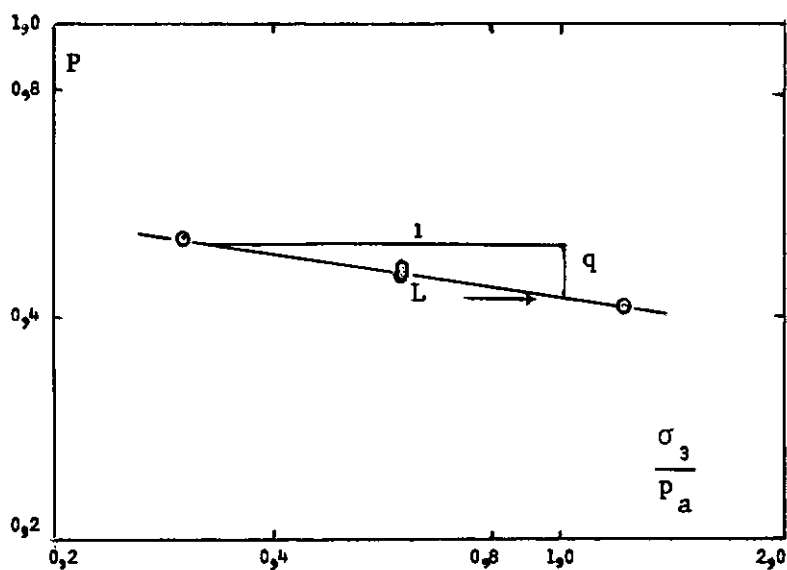


Figura 6.11. Variação de P com a pressão confinante (areia solta) APUD LADE (1972)

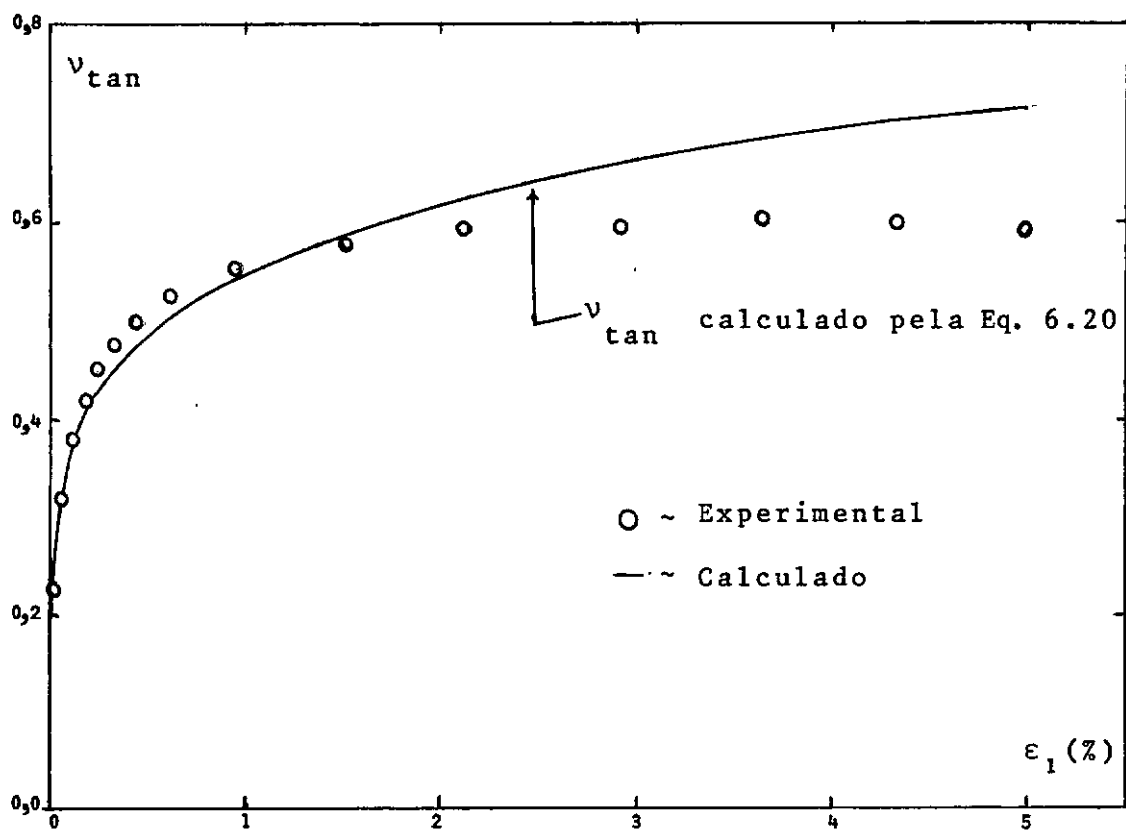


Figura 6.12. Variação do coeficiente de Poisson tangente calculado e medido (ensaio) para areia fofa, $\sigma_3 = 0.60 \text{ kg/cm}^2$ APUD LADE (1972)

onde \underline{L} é a intersecção com σ_3/p_a igual a 1,0 e q a inclinação da reta. Substituindo (6.18) em (6.17) resulta:

$$-\epsilon_r = L \frac{\sigma_3}{p_a}^q \epsilon_a^m \quad (6.19)$$

Realizando em (6.19) a diferenciação indicada em (6.6b) obtêm-se a expressão utilizada neste trabalho:

$$v_{tan} = L m \frac{\sigma_3}{p_a}^q \epsilon_a^{m-1} \quad (6.20)$$

A deformação axial (principal maior) deve ser fornecida em porcentagem sendo calculada por (6.15). De (6.20), usando os parâmetros L, m, q e os valores de ϵ_a, σ_3 e p_a , o coeficiente de Poisson tangente para carregamento primário pode ser determinado para qualquer estado de tensões em compressão triaxial.

Na Figura 6.12 (Lade, 1972) apresenta-se uma comparação entre a variação do coeficiente de Poisson tangente (forma exponencial) com a de valores medidos de $-\Delta\epsilon_r/\Delta\epsilon_a$ em ensaio triaxial. Observa-se que os valores (v_{tan}) calculados em (6.20) fornecem uma boa aproximação com os medidos, até uma deformação vertical de, aproximadamente, 2%.

"Considerações termodinâmicas exigem que a energia de deformação de um material elástico seja sempre positiva. Para valores de tensão arbitrários esta exigência é satisfeita para um material isotrópico somente quando $E > 0$ e $-1,0 < \nu < 0,5$ ", (Lade, 1972). Conforme pode ser observado na Figura 6.12, o coeficiente de Poisson tangente para deformações axiais de 0,5%, assume valores maiores do que 0,5. Assim, os valores de ν_{tan} obtidos, não são consistentes com o comportamento de materiais elásticos ideais. No entanto, os conceitos da teoria da elasticidade são usados para análise do comportamento de solos não coesivos. Dever-se-a atentar para o uso desta teoria com valores do coeficiente de Poisson no entorno de 0,5 para condições de carregamento primário. Em análise plano deformação, o máximo valor do coeficiente de Poisson utilizado, no programa automático proposto, é 0,48, para evitar dificuldades computacionais.

O problema, entretanto, se limita a solos que exibam comportamento dilatante, como ocorre com areias e enrocamentos muito compactados e ainda sob baixas tensões confinantes; os ensaios de Lade foram todos feitos com pressões de confinamento inferiores a $1,20 \text{ kg/cm}^2$, por exemplo, e em areia de granulometria uniforme. Para argilas normalmente adensadas e para solos compactados e confinados sob pressões médias a altas o comportamento é, predominantemente, compressivo, e o coeficiente de Poisson permanece inferior a 0,5 (Castel Branco Falcão, 1971; Kulhawy et al, 1969).

6.3.2.3) Exemplo de Aplicação

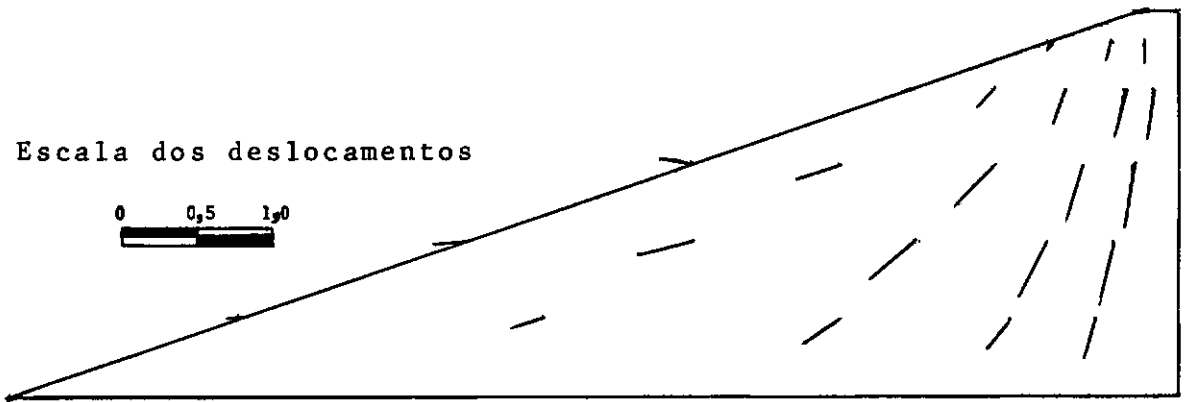
Como exemplo das formulações funcionais apresentadas, realizou-se um estudo, em 6 incrementos, da Barragem GABRIEL 2, com a mesma rede utilizada no Capítulo V. A análise é não linear e os parâmetros adotados são apresentados na Tabela 6.2. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 6.13.

Tabela 6.2. Parâmetros Adotados para Análise Não Linear da Barragem Modelo GABRIEL 2 (Forma Funcional)

Peso específico, $\gamma(\text{ton/m}^3)$	1,85
Coesão, $c(\text{ton/m}^2)$	16,00
Ângulo de atrito, $\phi(\text{graus})$	11,4°
Constante do módulo, K_h	180,00
Expoente, n	0,233
Índice de ruptura, R_f	0,9675
Pressão atmosférica, $p_a(\text{ton/m}^2)$	10,33
Parâmetros do Coeficiente de Poisson	<div> <div> Fator, L Expoente, m Expoente, q </div> <div> 0,425 0,118 - 0,152 </div> </div>
Fator de Redução, QOPAZ	0,001

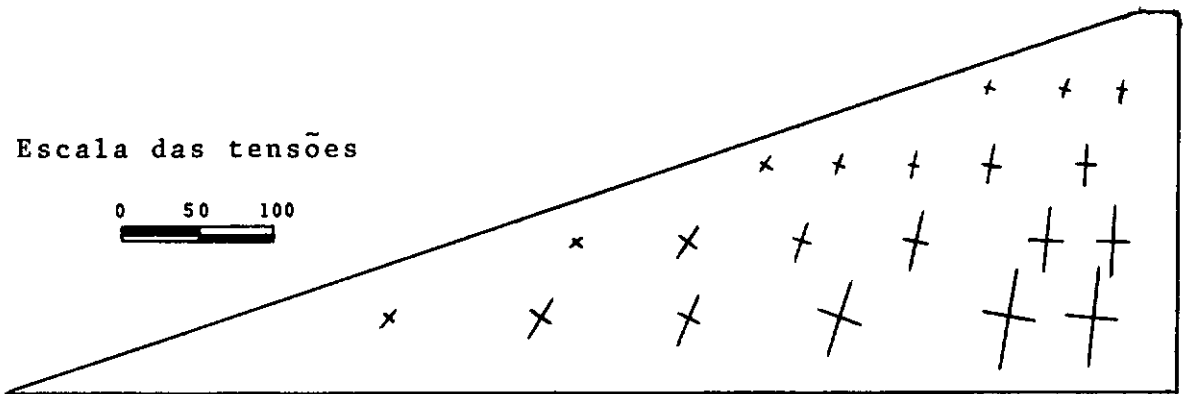
Valores dos parâmetros do coeficiente de Poisson
(APUD LADE, 1972)

Escala dos deslocamentos



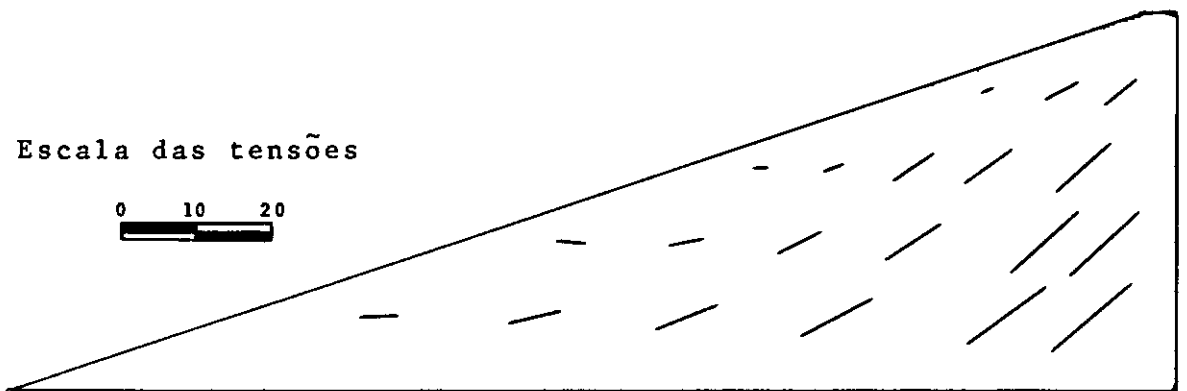
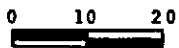
a) Deslocamentos nodais (em metros)

Escala das tensões



b) Direção e tensões principais (ton/m^2)

Escala das tensões



c) Direção e valores das tensões cisalhantes máximas (ton/m^2)

Figura 6.13 Barragem GABRIEL 2. Análise não linear (forma funcional) 6 etapas de construção. Análise plana de deformação. Resultados em alguns pontos da rede adotada.

C A P Í T U L O V I I

INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS ELÁSTICOS NOS RESULTADOS

7.1) INTRODUÇÃO.

Para a Barragem Modelo "GABRIEL 2", utilizada no Capítulo V, são realizadas análises incrementais (6 etapas - deformação plano), com diferentes valores do módulo de elasticidade (E) e do coeficiente de Poisson (ν), buscando uma melhor compreensão dos efeitos de uma determinação incorreta destes parâmetros pela simulação por elementos finitos.

Um aumento progressivo no módulo de elasticidade implica uma diminuição nos deslocamentos, sendo que as tensões em análises lineares, não são influenciadas. No entanto, em análises não lineares, o campo das tensões também é afetado pela variação do módulo de elasticidade. Para um aumento do coeficiente de Poisson, verifica-se uma redução nos valores dos deslocamentos verticais e um aumento nos horizontais. Para análises lineares, a influência nas tensões principais maiores é pequena, enquanto as menores aumentam com o coeficiente de Poisson. A orientação das tensões principais é afetada pelo coeficiente de Poisson. Para análises não lineares, tanto os deslocamentos como as tensões, são afetados pelo coeficiente de Poisson. Para melhor compreensão das observações acima, ver Quadro VII.1.

Nos itens seguintes deste capítulo são apresentados os parâmetros adotados para o estudo de sua influência e os resultados obtidos.

7.2) MÓDULO DE ELASTICIDADE (E).

Para o estudo da influência do módulo de elasticidade nos resultados, foram feitas 5 análises lineares e duas análises não lineares. O coeficiente de Poisson é mantido constante e igual a 0,4 em todas as análises. Os parâmetros adotados são apresentados nas Tabelas 7.1, 7.2 e 7.3 e os resultados obtidos nos Quadros VII.2 a VII.9.

	Deslocamentos		Tensões Principais		
	Horizontal u	Vertical v	Maior σ_1	Menor σ_3	Orientação $\sigma_1 \sigma_x$ (ϕ)
E \uparrow v constante	\downarrow	\uparrow	constante	constante	constante
E não linear v constante	varia	varia	varia	varia	varia
v \uparrow E constante	\uparrow	\downarrow	constante	\uparrow	\downarrow
v não linear E constante	varia	varia	varia	varia	varia

Quadro VII.1. Resumo das Observações Feitas na Introdução

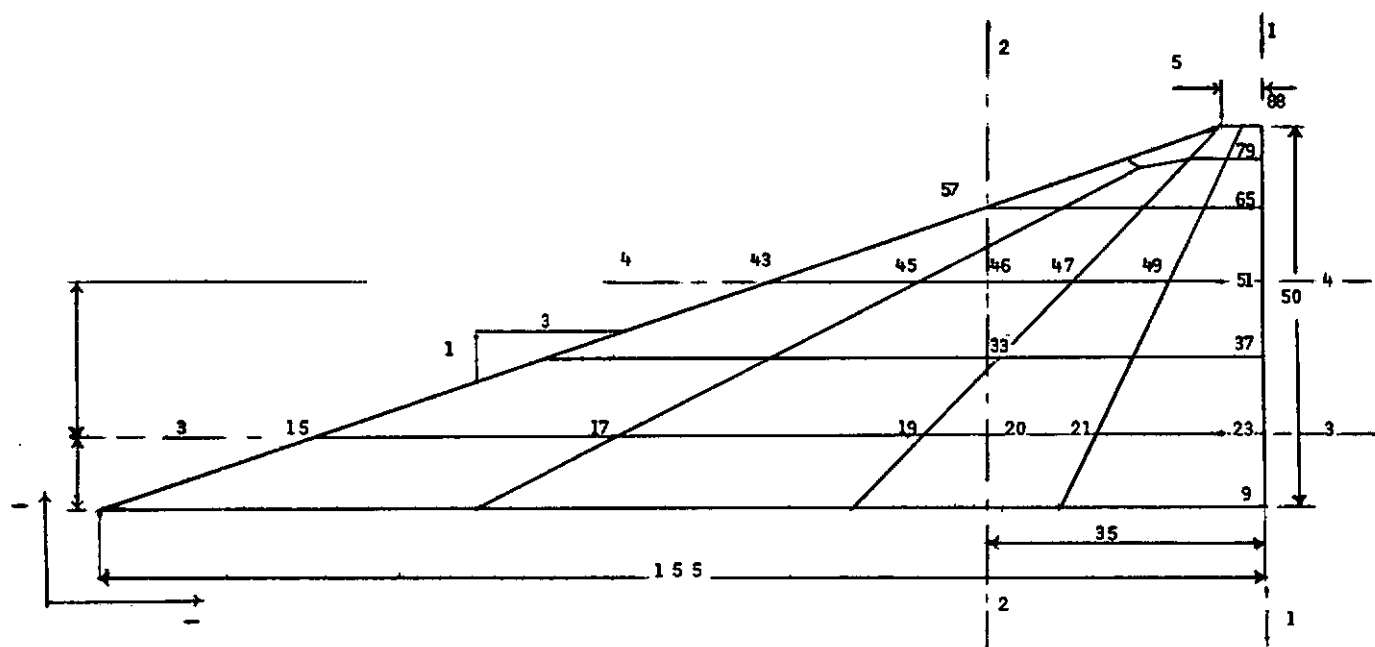


Figura 7.1. BARRAGEM MODELO GABRIEL 2

Seções selecionadas e convenção de sinais para os deslocamentos nodais.

(Distâncias em metros)

7.3) COEFICIENTE DE POISSON (ν).

Para o estudo da influência do coeficiente de Poisson nos resultados, foram feitas 5 análises lineares e 2 não lineares. Os parâmetros adotados são apresentados nas Tabelas 7.4, 7.5 e 7.6 e os resultados obtidos nos Quadros VII.10 a VII.17.

Tabela 7.1. Parâmetros Adotados* para Análise Linear

SOLO	EA	EB	EC	ED	EE
E(ton/m ²)	1000	1250	1500	1750	2000
ν	← 0,4 →				
γ (ton/m ³)	← 1,85 →				

Tabela 7.2. Parâmetros Adotados* para Análise não Linear
(Formulação Hiperbólica)

SOLO EH

γ (ton/m ³)	c(ton/m ²)	ϕ (graus)	K_{MN}	n	R_f	ν
1,85	16,0	11,4	180	0,233	0,9675	0,4

Tabela 7.3. Parâmetros Adotados* para Análise não Linear
(Formulação Digital)

SOLO EP

$\sigma_3 \backslash \sigma_d$	0,	10,	20,	30,	40,	50,	60,
	← E(ton/m ²) →						
15,	2000,	2000,	500,	340,	150,	120,	100,
30,	2400,	2400,	1400,	400,	320,	220,	120,
60,	2800,	2800,	1700,	570,	420,	290,	150,
ν	← 0,4 →						
γ (ton/m ³)	← 1,85 →						

σ_3 e σ_d em ton/m²

* Valores adotados para estudo da influência do módulo de elasticidade. BARRAGEM GABRIEL 2

Tabela 7.4. Parâmetros Adotados* para Análise Linear.

SOLO	PA	PB	PC	PD	PE
$E(\text{ton/m}^2)$	← 1500 →				
ν	0,20	0,30	0,35	0,40	0,45
$\gamma(\text{ton/m}^3)$	← 1,85 →				

Tabela 7.5. Parâmetros Adotados* para Análise não Linear.
(Formulação Digital).

SOLO PP1							
σ_d \ σ_3	0,	10,	20,	30,	40,	50,	60,
	← ν →						
15,	0,37	0,37	0,40	0,42	0,42	0,43	0,43
30,	0,36	0,36	0,38	0,41	0,41	0,41	0,41
60,	0,33	0,33	0,37	0,40	0,41	0,41	0,41
$E(\text{ton/m}^2)$	← 1500,00 →						
$\gamma(\text{ton/m}^3)$	← 1,85 →						

Tabela 7.6. Parâmetros Adotados* para Análise não Linear.
(Formulação Digital).

SOLO PP2							
σ_d \ σ_3	0,	10,	20,	30,	40,	50,	60,
	← ν →						
15,	0,33	0,33	0,37	0,40	0,40	0,40	0,40
30,	0,37	0,37	0,38	0,41	0,41	0,41	0,41
60,	0,34	0,39	0,40	0,41	0,42	0,43	0,43
$E(\text{ton/m}^2)$	← 1500,00 →						
$\gamma(\text{ton/m}^3)$	← 1,85 →						

 σ_1 e σ_3 em ton/m^2

*Valores adotados para estudo da influência do coef. de Poisson. BARRAGEM GABRIEL 2.

SOLO	PONTO NODAL						
	9	23	37	51	65	79	88
EA	0,00	0,333	0,536	0,576	0,381	0,151	0,00
EB	0,00	0,266	0,429	0,461	0,305	0,121	0,00
EC	0,00	0,222	0,357	0,384	0,254	0,100	0,00
ED	0,00	0,190	0,306	0,329	0,218	0,086	0,00
EE	0,00	0,166	0,268	0,288	0,191	0,075	0,00
EH	0,00	0,286	0,513	0,627	0,448	0,196	0,00
EP	0,00	0,226	0,399	0,512	0,440	0,197	0,00

Quadro VII.2 Secção 1.1. Deslocamentos Verticais (metros)

Deslocamentos Horizontais Nulos
devido à Simetria.

Influência do Módulo de Elasticidade.

N ^o SOLO	9		23		37		51		65		79		88	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
EA	84,04	56,02	67,67	36,97	51,00	22,20	34,19	11,97	17,70	6,89	7,48	3,91	0,00	0,00
EB	84,04	56,02	67,67	36,97	51,00	22,20	34,19	11,97	17,70	6,90	7,49	3,91	0,00	0,00
EC	84,03	56,02	67,68	36,97	51,00	22,20	34,19	11,97	17,70	6,89	7,49	3,91	0,00	0,00
ED	84,03	56,02	67,67	36,97	51,00	22,20	34,20	11,97	17,71	6,89	7,49	3,91	0,00	0,00
EE	84,03	56,02	67,67	36,97	51,00	22,20	34,19	11,97	17,70	6,89	7,49	3,91	0,00	0,00
EH	83,03	55,36	67,36	37,21	51,23	22,98	34,91	12,14	17,51	6,34	7,08	4,57	0,00	0,00
EP	83,70	55,80	67,50	37,55	50,57	23,34	33,83	12,43	12,50	2,44	7,05	6,16	0,00	0,00

Quadro VII.3 Secção 1.1. Tensões Principais (ton/m²).

Influência do Módulo de Elasticidade.

Nº SOLO	6 - 7		2 0		3 3		4 6		5 7	
	u	v	u	v	u	v	u	v	u	v
EA	0,00	0,00	0,173	0,272	0,255	0,382	0,213	0,294	0,063	0,056
EB	0,00	0,00	0,139	0,218	0,204	0,306	0,170	0,235	0,050	0,045
EC	0,00	0,00	0,116	0,181	0,170	0,255	0,142	0,196	0,042	0,037
ED	0,00	0,00	0,099	0,155	0,146	0,218	0,122	0,186	0,036	0,032
EE	0,00	0,00	0,087	0,136	0,127	0,191	0,106	0,147	0,031	0,028
EH	0,00	0,00	0,178	0,226	0,265	0,339	0,221	0,283	0,065	0,063
EP	0,00	0,00	0,142	0,168	0,208	0,251	0,171	0,211	0,047	0,056

Quadro VII.4. Secção 2.2. Deslocamentos Horizontais (u) e Verticais (v)
em metros.

Influência do Módulo de Elasticidade.

Nº SOLO	6 — 7		20		33		46		57	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
EA	75,82	46,58	57,70	32,86	38,30	19,90	20,85	10,56	-0,88	-0,28
EB	75,82	46,58	57,70	32,86	38,30	19,90	20,85	10,56	-0,88	-0,29
EC	75,82	46,58	57,70	32,86	38,30	19,90	20,85	10,56	-0,88	-0,28
ED	75,81	46,58	57,70	32,86	38,30	19,90	20,85	10,56	-0,88	-0,28
EE	75,81	46,59	57,70	32,86	38,30	19,90	20,85	10,56	-0,88	-0,28
EH	75,19	46,10	57,49	32,54	83,30	20,33	22,44	11,62	-1,13	-0,33
EP	76,01	47,09	58,72	33,38	38,81	20,56	20,97	11,04	-3,23	-0,99

Quadro VII.5 Secção 2.2. Tensões Principais (ton/m²).

Influência do Módulo de Elasticidade.

OBS.: Sinal negativo indica tração.

N ^o SOLO	15		17		19		21		23	
	u	v	u	v	u	v	u	v	u	v
EA	0,077	0,004	0,194	0,116	0,198	0,239	0,130	0,303	0,00	0,333
EB	0,061	0,003	0,155	0,092	0,158	0,191	0,104	0,243	0,00	0,266
EC	0,051	0,002	0,129	0,077	0,132	0,159	0,087	0,202	0,00	0,222
ED	0,044	0,002	0,111	0,066	0,113	0,136	0,074	0,173	0,00	0,190
EE	0,038	0,002	0,097	0,058	0,099	0,119	0,065	0,152	0,00	0,166
EH	0,069	0,002	0,179	0,087	0,199	0,193	0,136	0,257	0,00	0,286
EP	0,045	0,001	0,129	0,061	0,155	0,139	0,111	0,197	0,00	0,226

Quadro VII.6. Secção 3.3. Deslocamentos horizontais (u) e verticais (v) em metros.

Influência do Módulo de Elasticidade.

N ^o SOLO	15		17		19		21		23	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
EA	6,02	-0,63	28,75	15,35	51,49	29,62	62,76	35,16	67,67	36,97
EB	6,02	-0,63	28,75	15,35	51,49	29,62	62,76	35,16	67,67	36,97
EC	6,02	-0,63	28,75	15,35	51,49	29,62	62,75	35,16	67,68	36,97
ED	6,02	-0,63	28,75	15,35	51,49	29,62	62,75	35,16	67,67	36,97
EE	6,02	-0,63	28,75	15,35	51,49	29,62	62,75	35,16	67,67	36,97
EH	4,77	0,52	28,42	15,06	50,78	29,13	62,29	34,85	67,36	37,21
EP	7,68	1,82	29,76	15,79	51,70	29,80	62,77	35,32	67,50	37,55

Quadro VII.7. Secção 3.3. Tensões Principais (ton/m²).

Influência do Módulo de Elasticidade.

N ^o SOLO	43		45		47		49		51	
	u	v	u	v	u	v	u	v	u	v
EA	0,194	0,008	0,221	0,177	0,182	0,414	0,106	0,532	0,00	0,576
EB	0,156	0,006	0,177	0,141	0,146	0,331	0,085	0,425	0,00	0,461
EC	0,130	0,005	0,147	0,118	0,122	0,276	0,071	0,354	0,00	0,384
ED	0,111	0,004	0,126	0,101	0,104	0,236	0,060	0,304	0,00	0,329
EE	0,097	0,004	0,110	0,088	0,091	0,207	0,053	0,266	0,00	0,288
EH	0,197	9,003	0,224	0,163	0,199	0,419	0,123	0,566	0,00	0,627
EP	0,154	0,001	0,172	0,117	0,161	0,325	0,109	0,463	0,00	0,512

Quadro VII.8. Secção 4.4. Deslocamentos Horizontais (u) e Verticais (v)
em metros.

Influência do Módulo de Elasticidade.

Nº SOLO	43		45		47		49		51	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
EA	3,11	0,20	12,63	7,29	25,86	11,10	32,04	11,86	34,19	11,97
EB	3,11	0,20	12,63	7,30	25,86	11,10	32,04	11,86	34,19	11,97
EC	3,11	0,20	12,63	7,30	25,86	11,10	32,04	11,86	34,19	11,97
ED	3,11	0,20	12,63	7,29	25,86	11,10	32,04	11,86	34,20	11,97
EE	3,11	0,20	12,63	7,29	25,86	11,10	32,04	11,86	34,19	11,97
EH	2,36	0,04	14,09	8,23	26,50	12,01	33,02	12,34	34,91	12,14
EP	2,36	-1,81	14,04	8,39	26,95	13,10	32,05	12,22	33,83	12,43

Quadro VII.9. Secção 4.4. Tensões Principais (ton/m²).

Influência do Módulo de Elasticidade.

Nº SOLO	9	23	37	51	65	79	88
PA	0,000	0,405	0,600	0,581	0,340	0,127	0,000
PB	0,000	0,337	0,509	0,506	0,307	0,117	0,000
PC	0,000	0,287	0,442	0,452	0,283	0,109	0,000
PD	0,000	0,222	0,357	0,384	0,254	0,100	0,000
PE	0,000	0,139	0,250	0,299	0,218	0,089	0,000
PP1	0,000	0,246	0,385	0,400	0,258	0,102	0,000
PP2	0,000	0,262	0,405	0,418	0,272	0,108	0,000

Quadro VII.10. Secção 1.1. Deslocamentos Verticais (metros).
Deslocamentos Horizontais Nulos.
Influência do Coeficiente de Poisson.

N ^o SOLO	9		23		37		51		65		79		88	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
PA	85,10	21,27	67,82	13,83	50,79	9,03	33,89	6,63	17,25	5,46	7,16	3,20	0,00	0,00
PB	84,54	36,23	67,69	23,90	50,86	14,88	34,02	9,07	17,42	6,11	7,27	3,49	0,00	0,00
PC	84,27	45,38	67,66	29,98	50,92	18,32	34,10	10,46	17,54	6,48	7,35	3,67	0,00	0,00
PD	84,03	56,02	67,68	36,97	51,00	22,20	34,19	11,97	17,70	6,89	7,49	3,91	0,00	0,00
PE	83,89	68,63	67,76	45,15	51,10	26,60	34,26	13,61	18,00	7,39	7,82	4,33	0,00	0,00
PP1	84,23	52,36	67,70	34,16	51,01	20,70	34,22	11,11	17,70	6,32	7,42	3,70	0,00	0,00
PP2	85,43	50,17	68,69	31,13	51,70	17,46	34,52	8,36	17,60	-4,83	7,27	3,13	0,00	0,00

Quadro VII.11. Secção 1.1. Tensões Principais (ton/m²).

Influência do Coeficiente de Poisson.

N ^o SOLO	6 — 7		20		36		46		57	
	u	v	u	v	u	v	u	v	u	v
PA	0,000	0,000	0,047	0,342	0,049	0,458	0,011	0,346	-0,030	0,085
PB	0,000	0,000	0,076	0,282	0,102	0,382	0,069	0,289	0,002	0,066
PC	0,000	0,000	0,095	0,238	0,134	0,326	0,103	0,247	0,021	0,053
PD	0,000	0,000	0,116	0,181	0,170	0,255	0,142	0,196	0,042	0,037
PE	0,000	0,000	0,140	0,109	0,212	0,165	0,185	0,131	0,065	0,019
PP1	0,000	0,000	0,110	0,204	0,160	0,280	0,133	0,211	0,038	0,038
PP2	0,000	0,000	0,103	0,221	0,141	0,299	0,108	0,225	0,022	0,042

Quadro VII.12. Secção 2.2. Deslocamentos Horizontais (u) e Verticais (v)
em metros.

Influência do Coeficiente de Poisson.

N ^o SOLO	6 — 7		20		33		46		57	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
PA	75,05	18,35	57,42	13,09	38,15	9,04	20,71	5,63	0,32	-0,28
PB	74,99	30,95	57,39	21,86	38,19	13,90	20,76	7,83	-0,35	0,16
PC	75,18	38,39	57,47	27,05	38,23	16,74	20,80	9,11	-0,50	0,00
PD	75,82	46,58	57,70	32,86	38,30	19,90	20,85	10,56	-0,88	-0,28
PE	77,58	55,04	58,30	39,21	38,35	23,31	20,86	12,16	-2,02	-1,11
PP1	75,51	43,32	57,49	30,37	38,48	18,80	20,62	9,57	-0,86	-0,22
PP2	75,84	40,75	57,54	27,18	38,18	15,61	20,13	7,11	-1,15	-0,38

Quadro VII.13. Secção 2.2. Tensões Principais (ton/m²)

Influência do Coeficiente de Poisson.

N ^o SOLO	15		17		19		21		23	
	u	v	u	v	u	v	u	v	u	v
PA	0,004	0,017	0,035	0,152	0,050	0,304	0,036	0,375	0,000	0,405
PB	0,022	0,013	0,075	0,125	0,085	0,250	0,058	0,311	0,000	0,337
PC	0,035	0,009	0,100	0,105	0,107	0,210	0,071	0,263	0,000	0,287
PD	0,051	0,002	0,129	0,077	0,132	0,159	0,087	0,202	0,000	0,222
PE	0,071	-0,007	0,164	0,041	0,161	0,093	0,104	0,124	0,000	0,139
PP1	0,040	0,006	0,116	0,090	0,125	0,181	0,083	0,225	0,000	0,246
PP2	0,024	0,013	0,094	0,111	0,114	0,199	0,078	0,242	0,000	0,262

Quadro VII.14. Secção 3.3. Deslocamentos Horizontais (u) e Verticais (v)
em metros.

Influência do Coeficiente de Poisson.

Nº SOLO	15		17		19		21		23	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
PA	1,45	-0,19	25,55	7,05	50,82	12,25	62,79	13,58	67,82	13,83
PB	3,31	-0,26	26,55	11,21	50,92	20,07	62,69	23,05	67,69	23,90
PC	4,55	-0,37	27,42	13,37	51,10	24,64	62,68	28,72	67,66	29,98
PD	6,02	-0,63	28,75	15,35	51,49	29,62	62,75	35,16	67,68	36,97
PE	7,37	-1,44	30,50	16,52	52,33	34,73	62,97	42,44	67,76	45,15
PP1	6,07	0,97	28,16	14,62	51,37	27,59	62,78	32,63	67,70	34,16
PP2	4,06	0,41	26,98	12,48	50,96	24,40	63,38	29,53	68,69	31,13

Quadro VII.15. Secção 3.3. Tensões Principais (ton/m²).

Influência do Coeficiente de Poisson.

N ^o SOLO	43		45		47		49		51	
	u	v	u	v	u	v	u	v	u	v
PA	-0,007	0,060	0,004	0,236	0,016	0,450	0,012	0,546	0,000	0,581
PB	0,052	0,041	0,067	0,191	0,063	0,384	0,038	0,473	0,000	0,506
PC	0,088	0,025	0,105	0,159	0,090	0,336	0,053	0,421	0,000	0,452
PD	0,130	0,005	0,147	0,118	0,122	0,276	0,071	0,354	0,000	0,384
PE	0,177	-0,021	0,195	9,067	0,156	0,200	0,090	0,272	0,000	0,299
PP1	0,124	0,013	0,139	0,132	0,115	0,291	0,067	0,370	0,000	0,400
PP2	0,095	0,020	0,109	0,142	0,095	0,308	0,057	0,388	0,000	0,418

Quadro VII.16. Secção 4.4. Deslocamentos Horizontais (u) e verticais (v) em metros.

Influência do Coeficiente de Poisson.

N ^o SOLO	43		45		47		49		51	
	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3	σ_1	σ_3
PA	0,53	0,00	12,56	3,96	25,67	6,23	31,79	6,62	33,89	6,63
PB	1,57	0,33	12,64	5,52	25,74	8,42	31,89	9,01	34,02	9,07
PC	2,33	0,30	12,65	6,39	25,79	9,68	31,96	10,37	34,10	10,46
PD	3,11	0,20	12,63	7,30	25,86	11,10	32,04	11,86	34,19	11,97
PE	3,67	-0,19	12,46	8,13	26,04	12,76	32,16	13,51	34,26	13,61
PPI	2,41	-1,11	13,53	7,21	25,86	10,46	32,07	11,04	34,22	11,11
PP2	2,12	0,95	11,91	5,20	25,76	7,92	32,22	8,33	34,52	8,36

Quadro VII.17. Secção 4.4. Tensões Principais (ton/m²).

Influência do Coeficiente de Poisson.

C A P Í T U L O V I I I

COMENTÁRIOS SOBRE OS ENSAIOS DE LABORATÓRIO

8.1) GENERALIDADES

A obtenção das características tensão-deformação dos solos e rochas é atualmente o item mais importante no estudo de Barragens de Terra pelo Método dos Elementos Finitos. Num caso extremo, uma representação incorreta destas características, pode fornecer parâmetros que conduzirão à obtenção de comportamentos da barragem completamente irreais (Duncan, 1972).

O problema é extremamente complexo e simplificações são necessárias. Há que considerar, porém, que uma solução simples e precisa para um determinado problema pode ser completamente imprópria para outro, de forma que diversas formulações para representar o comportamento reológico dos solos têm sido desenvolvidas e adotadas. No Capítulo VI foram apresentadas as soluções adotadas neste trabalho. Outras soluções podem ser encontradas (por exemplo em : Penman e Charles, 1973; Breth et al, 1973; Noonan e Nixon, 1972).

A despeito do volume de trabalho já dispendido nestes estudos em todo mundo, pode-se dizer que a resposta geral ainda não foi encontrada, sendo ainda necessária muita pesquisa nesta área. Talvez a melhor sugestão, tenha sido a formulada por Lambe em 1967 e D'Appolonia e Lambe em 1970, que propõem a realização de ensaios que melhor dupliquem a trajetória de tensões real. Lacerda e Mahler (1973) apresentam trajetórias de tensões de determinados pontos de uma Barragem Homogênea, calculadas pelo Método dos Elementos Finitos usando o Processo Sequencial. Os resultados mostram, que as trajetórias se desenvolvem ao longo de retas, com K aproximadamente constante, onde $K = \sigma_3/\sigma_1$. O exame de um razoável número de ensaios triaxiais realizados com K constante por Cruz (1967), apresentam certa linearidade entre a tensão principal maior (σ_1) e a deformação específica principal (ϵ_1) correspondente.

É fato sabido, e pode ser verificado na Figura 6-5a, onde são apresentadas curvas simbólicas da relação tensão-deformação, que o módulo de elasticidade tangente cresce com o aumento da pressão confinante, porém decresce com o aumento da porcentagem de resistência mobilizada, de forma a se esperar que o módulo de elasticidade mantenha um valor aproximadamente constante durante a construção da barragem.

Muito embora as formulações não lineares tenham apresentado resultados mais próximos às medições reais (Kulhawy et al, 1969), quando os parâmetros utilizados são obtidos em ensaios triaxiais usuais, o tempo de computação exigido é sensivelmente maior do que o exigido quando se utiliza uma formulação linear.

A partir destas observações, conclui-se que:

1º) Com os resultados obtidos em ensaios triaxiais com K constante, poder-se-ia obter módulos de elasticidade extremamente representativos para o comportamento do solo em questão;

2º) Análises lineares mais precisas, poderiam ser realizadas com os módulos de elasticidade obtidos através dos ensaios triaxiais com K constante, além de se ter uma grande economia em termos de tempo computacional.

Evidentemente, este assunto ainda deverá ser bastante pesquisado.

8.2) ENSAIOS RECOMENDADOS NAS DIVERSAS FASES DA VIDA DA OBRA

8.2.1) Fase de Construção da Barragem

Esta fase corresponde à construção do aterro, e normalmente consideram-se apenas as solicitações devidas ao peso próprio.

Em geral, as barragens de terra (Figura 8.1) são construídas com solos compactados, com teores de umidade nas abas ligeiramente abaixo do teor de umidade ótimo do ensaio de compactação Proctor normal, e com teores ligeiramente acima do ótimo no nú

cleo da barragem. Para materiais relativamente impermeáveis e velocidades correntes de construção o adensamento do solo é pequeno durante esta fase, de forma que para este material, os ensaios adequados são os não drenados (ensaios rápidos). Para a fundação da barragem, os ensaios recomendados são os adensados rápidos.

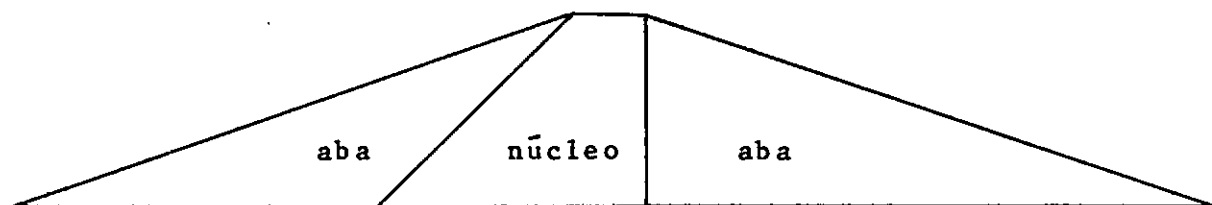


Figura 8.1. Forma esquemática de Barragem de Terra

Via de regra, o dimensionamento do talude de jusante das barragens de terra é determinado por esta fase, especialmente quando há possibilidade de se desenvolverem pressões neutras de um certo valor. Isso ocorre quando a construção é feita num ritmo muito acelerado e os solos são compactados com teor de umidade acima do ótimo.

Nesta fase da obra, cada etapa na simulação corresponde à adição de uma certa altura na barragem, e a solicitação a considerar é devida ao peso próprio da nova camada.

Os ensaios não drenados devem ser feitos com pressões confinantes que cubram a gama de tensões a esperar na obra. É recomendável, que a velocidade com que os corpos de prova são rompidos, seja compatível com a velocidade de construção. O estudo, nesta fase, é feito em termos de tensões totais.

8.2.2) Fase de Enchimento do Reservatório

Numa certa fase da obra, começa-se o enchimento do reservatório, o que implica em novas solicitações devidas não só às forças de percolação e pressão da água, bem como pela susceptibilidade do solo ao "colapso" quando da molhagem inicial. Torna-se necessário realizar o estudo em termos de tensões efetivas, pa

ra o que basta conhecer as pressões neutras nos diversos pontos da barragem. Como se sabe, não é este um problema de fácil solução, mas é possível, a partir de dados de obras já executadas e de ensaios, fazer-se hipóteses razoáveis sobre a evolução das pressões neutras devidas ao enchimento.

As características de deformabilidade devem ser determinadas em termos de tensões efetivas, sendo interessante, se necessário, duplicar o fenômeno de molhagem da amostra. Um trabalho interessante sobre o efeito do enchimento do reservatório nas tensões e movimentos em barragens de terra e enrocamento utilizando o Método dos Elementos Finitos é o de Nobari e Duncan (1972).

8.2.3) Fase de Esvaziamento do Reservatório

Esta fase corresponde em geral à situação mais perigosa para a estabilidade do talude de montante. Uma vez o reservatório cheio, verifica-se uma redução apreciável nas tensões efetivas a montante da barragem, o que não põe em perigo, entretanto, a estabilidade da barragem. Ao esvaziar-se rapidamente o reservatório, há uma variação das tensões totais e efetivas a montante.

O valor da mudança das pressões neutras devido ao esvaziamento depende da permeabilidade e compressibilidade dos materiais e da velocidade com que se processa o esvaziamento. As amostras devem ser ensaiadas de acordo com as trajetórias de tensões em cada ponto, como feito, por exemplo, por Cruz (1970). A análise será feita em termos de tensões efetivas.

8.2.4) Deformações a Longo Prazo

O estudo dos recalques a longo prazo em barragens de terra, é importante para a previsão da superelevação a ser dada na crista.

É sabido que, após a construção a barragem continua a recalcar devido à continuação do processo de adensamento das camadas, sendo que parte deste adensamento processa-se durante a construção. Esta parte do adensamento deve estar incluída nos resulta

dos obtidos nos Ensaaios Rápidos e, este é um dos motivos a que ênfase maior deva ser dada à velocidade com que os corpos de prova são rompidos nos ensaios rápidos.

Até o presente momento, nos trabalhos que propõem o estudo do recalque a longo prazo, não se tem considerado o enchimento do reservatório, para simplificar o estudo.

Para o estudo da simulação do recalque da construção a longo prazo indicam-se as referências (E.Silveira, 1971; Lacerda e Mahler, 1973), onde são apresentadas sugestões para simulação pelo Método dos Elementos Finitos de deformações a longo prazo.

8.3) FATORES QUE AFETAM O COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO DOS SOLOS

Dentre os fatores que afetam a determinação precisa do comportamento tensão-deformação dos solos, poder-se-iam considerar:

- composição e estrutura do solo;
- condições de drenagem;
- condições de umidade e peso específico em que o solo foi compactado, ou com que se encontra na fundação ou ombreiras;
- condições de saturação;
- pressão confinante e porcentagem de resistência mobilizada;
- histórico das tensões, a que foi ou será submetido no caso de fundações e ombreiras, ou do aterro, respectivamente;
- tipo de compactação dos corpos de prova dos materiais de empréstimo a serem ensaiados;
- dimensões do corpo de prova;
- obtenção de amostras para estudos das fundações e ombreiras;
- orientação dos incrementos de tensão, se o solo é anisotrópico;

- velocidade do ensaio;
- influência da tensão intermediária σ_2 .

Não será feita neste trabalho, a análise detalhada da influência de cada um dos fatores, tendo havido apenas a preocupação de listá-los.

C A P Í T U L O I X

CONCLUSÃO

O Método dos Elementos Finitos é uma valiosa ferramenta para o estudo do comportamento de barragem de terra, apresentando a possibilidade de, praticamente, simular todos os fenômenos ocorridos, desde ensaios em modelos reduzidos até a construção da barragem, enchimento do reservatório, etc.

O elemento isoparamétrico quadrático utilizado apresentou-se como uma boa opção a ser utilizada pelo método, permitindo a discretização do contínuo com menos elementos do que o necessário em outros casos.

Para o cálculo dos deslocamentos deve-se utilizar o processo incremental. A utilização de uma constante de redução dos valores no topo de cada etapa acelera o processo de convergência permitindo a utilização de menos etapas de construção (6 a 10). A possibilidade de análise levando em conta a não linearidade do material sob duas formas diversas pode ser de grande ajuda na busca de resultados mais corretos, muito embora em barragens tal comportamento não linear nem sempre se verifique. A análise não linear exige praticamente o dobro do tempo de cálculo que a análise linear.

O coeficiente de Poisson apresenta grande influência nos resultados, tanto no campo dos deslocamentos como no das tensões.

O módulo de elasticidade em análises lineares tem influência apenas no campo dos deslocamentos, mas para análises não lineares o campo de tensões também pode ser afetado.

Os ensaios de laboratório realizados para a determinação dos parâmetros a serem utilizados devem se possível duplicar o caminho de tensões ocorrido ou a ocorrer na realidade.

Os resultados obtidos apresentaram-se satisfatórios e credenciam o programa elaborado neste trabalho a ser utilizado em outras pesquisas e mesmo em projetos. Nestes casos, através dos re

sultados é possível determinarem-se os locais mais adequados para a colocação da instrumentação e, caso os resultados observados e calculados estejam de acordo, é possível utilizar-se a análise para regiões onde não haja instrumentação com maior grau de confiança.

O estágio atual de desenvolvimento do Método de Elementos Finitos requer, como já foi visto, ensaios de laboratório cada vez mais acurados. Como a situação de campo pode não ser exatamente a mesma dos ensaios, a instrumentação de obras é imprescindível para se aquilatar a representatividade dos mesmos. Dentro de alguns anos, quando um grande número de obras tiver sido analisado, espera-se uma confiabilidade cada vez maior do método para aplicação em projetos finais.

R E F E R Ê N C I A SB I B L I O G R Á F I C A S

- ARANTES E OLIVEIRA, E.R.de, (1966), "Introdução à Teoria das Estruturas", Lisboa, Dezembro, 1966.
- ARANTES E OLIVEIRA, E.R. de, (1969), "Formulações Básicas do Método dos Elementos Finitos", L.N.E.C., Lisboa, Memória nº 326, 1969.
- BISHOP, A.W. (1952), "The Stability of Earth Dams", Sc.D. Thesis University of London, 1952.
- BOND, T.J., SWANNELL, J.H., HENSHELL, R.D., WARBURTON, G.B.(1973) "A Comparison of Some Curved Two-Dimensional Finite Elements", Journal of Strain Analysis, Vol. 8, nº 3, 1973.
- BRETH, H., SCHUSTER, E., PRABHAKAR, P., (1973), "Axial Stress-Strain Characteristics of Sand", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., Vol. 99 , Nº SM8, August 1973, pp. 617-632.
- BROWN, C.B., GOODMAN, L.E. (1963), "Gravitational Stresses in Accreted Bodies", Proceedings, Royal Society of London , Series A, Vol. 276, Nº 1367, December 17, 1963, pp 571 - 576, citado por Kulhaway et al, 1969.
- CASAGRANDE, A., (1965), "Hohe Staudämme", Mitteilungen des Institutes für Grundbau und Boden mechanik, Technische Hochschule, Vienna, Nº 6, December, 1965, 32 p.
- CASTEL-BRANCO FALCÃO, J.M. (1971), "Aplicação do Método dos Elementos Finitos ao Dimensionamento de Barragens de Terra", Tese apresentada ao Laboratório de Engenharia Civil, Lisboa, Novembro, 1971.
- CELESTINO, T.B., WATANABE, R.M., (1973), "Uma Comparação entre Análises Planas e Tridimensionais de Tensões e Deslocamentos em Barragens de Terra - Aplicação à Usina de Ilha Solteira", Anais do IXº Seminário Nacional de Grandes Barragens, Novembro, 1973.

- CLOUGH, R.W., WOODWARD, R.J., III, (1967), "Analysis of Embankment Stresses and Deformations", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., 1967, Vol. 93, Nº SM4, Proc. Paper 5329, July, 1967, pp. 529-549.
- COMITE INTERNACIONAL DE GRANDES BARRAGENS (1973), "World Register of Dams", 1973.
- CRUZ, P.T., (1967), "Propriedades de Engenharia de Solos Residuais Compactados da Região Centro-Sul-Brasil", D.L.P., E.P.U.S. P., Dezembro, 1967.
- CRUZ, P.T., (1970), "Pressões Neutras de Rebaixamento em Taludes de Barragens de Terra", IVº Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Fundações, 1970.
- D'APPOLONIA, D.J., LAMBE, T.W., (1970), "Method for Predicting Initial Settlement", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., Vol. 96, Nº SM2, March, 1970, pp. 523-544.
- DESAI, C.S., ABEL, J.F., (1972), "Introduction to the Finite Element Method", Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
- DESAI, C.S., (1972), "State-of-the-Art. Applications of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering", Proceedings of the Symposium on Applications of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering, US Army Engineering Waterways Experiment Station held at Vicksburg, Mississippi, May, 1972.
- DUNCAN, J.M.- CHANG, C.Y., (1970), "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., Vol. 96, Nº SM5, Proc. Paper 7513, Sept., 1970, pp. 1629-1653.

- DUNCAN, J.M., (1972), "State-of-the-Art. Finite Element Analysis of Stresses and Movements in Dams, Excavations and Slopes", Proceedings of the Symposium on Applications of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering, US Army Engineering Waterways Experiment Station, Vicksburg, Mississippi, May, 1972.
- EBECKEN, N.F.F., (1973), "Processo Semi-Analítico para Análise de Estruturas pelo Método dos Elementos Finitos", Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, 1973.
- FELIPPA, C.A. (1966), "Refined Finite Element Analysis of Linear and Non-Linear Two Dimensional Structures", Dissertation Presented to the University of California, Berkeley, in Partial Fulfillment of the Requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 1966.
- GUELLEC, P., (1970), "La Méthode des Éléments Finis et ses Applications aux Problèmes de Génie Civil", Laboratoire Central de Ponts et Chaussées, Septembre, 1970.
- HATHAWAY, G.A., (1958), "Dams-their Effect on Some Ancient Civilizations", Civil Engineering, January, 1958, pp. 58-63, citado por Kulhawy et al, 1969.
- KONDNER, R.L., ZELASKO, J.S. (1963), "Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, Nº SM1, February 1963, pp. 115-143; citado por Duncan e Chang, 1970.
- KULHAWY, F.H., DUNCAN, J.M., SEED, H.B., "Finite Element Analyses os Stresses and Movements in Embankments during Construction", Report Nº TE 69-4, Office of Research Services, University of California, Berkeley, November, 1969.
- KULHAWY, F.H., DUNCAN, J.M., (1970), "Nonlinear Finite Element Analysis of Stresses and Movements in Oroville Dam" , Report Nº TE 70-2, Office of Research Services, University of California, Berkeley, January, 1970.

- LACERDA, W.A., MAHLER, C.F., (1973), "Comentários sobre as deformações de Barragens de Terra durante e após a Construção, analisadas pelo Método dos Elementos Finitos", Anais do IXº Seminário Nacional de Grandes Barragens, Novembro, 1973.
- LADE, F., (1972), "The Drained Stress-Strain and Strength Characteristics of Cohesionless Soils", Dissertation presented to the University of California, Berkeley, in Partial Fulfillment of the Requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 1972.
- LAMBE, T.W., (1967), "Stress Path Method", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., Vol. 93 , Nº SM6, September, 1967, pp. 331.
- LEE, K.L., (1970), "Comparison of Plane Strain and Triaxial Tests on Sand", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., Vol. 96, Nº SM3, May , 1970, pp. 901-923.
- LEFEBVRE, G., DUNCAN, J.M., (1971), "Three-Dimensional Finite Elements Analyses of Dams", Report Nº TE 71-5, Office Research Services, University of California, Berkeley , California, May, 1971.
- LYSMER, J., DUNCAN, J.M., (1969), "Stresses and Deflections in Foundations and Pavements", University of California , Berkeley, Fourth Edition, 1969.
- MERMEL, T.W., (1973), "New World Register of Dams Reveals Construction Trends", Water Power, November, 1973.
- NOBARI, E.S., DUNCAN, J.M., (1972), "Effect of Reservoir Filling on Stresses and Movements in Earth and Rockfill Dams ", Report Nº TE-72-1, Office of Research Services, University of California, Berkeley, California, January, 1972.
- NOBARI, E.S., LEE, K.L., DUNCAN, J.M., (1973), "Hydraulic Fractur

ing in Zoned Earth and Rockfill Dams", Report Nº TE-73-1, Office of Research Services, University of California Berkeley, California, January, 1973.

- NOONAN, D.K.J., NIXON, J.F., (1972), "The Determination of Youg's Modulus from the Direct Shear Test", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 9, 1972, pp. 504-507.
- PACITTI, TERCIO, (1970), "Fortran Monitor - Princípios" - Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro, 1970.
- PENMAN, A., CHARLES, A., (1973), "Constructional Deformations in Rockfill Dams", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., Vol.99, Nº SM2, February, 1973, pp. 139-161.
- REINIUS, E., (1973) "Some Stability Properties of a Dam Having an Inclined Core", XIº Congresso Internacional de Grandes Barragens, Madrid, Q. 42, R.2, 1973.
- SHERARD, J.L., WOODWARD, R.J., GIEZIENSKI, S.F., CLEVINGER, W.A., (1967), "Earth and Earth-Rock Dams", John Wiley & Sons, Inc - 1967, 3º Edition.
- SILVEIRA, E.B., (1971), "Considerações sobre o Efeito da Construção por Etapas e da Deformação a Longo Prazo", Anais do VIIº Seminário Nacional de Grandes Barragens, 1971.
- SILVEIRA, E.B.S., DE ZAGOTIS, D., (1970), "Elementos Finitos em Barragens de Terra. Influência da Posição do Filtro na Fissuração", Anais do VIº Seminário Nacional de Grandes Barragens, 1970.
- SKERMER, N.A., (1973), "Finite Element Analysis of El Infiernillo Dam", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 10, Nº 2, May, 1973, pp. 129-144.
- SQUIER, L.R. (1967), "A Study of Deformations in Selected Rock-fill and Earth Dams", Dissertation presented to the

University of Illinois, Urbana, in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy, citado por Kulhawy et al, 1969.

- VAUGHAM, P.R., WERNECK, M.L.G., HAMZA, M.A.F., (1973), "Empingham Dam", Discussion - Sessions 3 & 4, Symposium on Field Instrumentation, London, 1973.
- VENÂNCIO FILHO, F., (1972), "Método dos Elementos Finitos na Análise Estrutural", Centro Tecnológico Aeroespacial, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Divisão de Engenharia Aeronáutica, 1972.
- VIANA, R.B., (1972), "Simulação de Procedimento em Processamento de Dados", Computadores e Cibernética, Setembro, 1972.
- WILSON, E.L., (1963), "Finite Element Analysis of Two-Dimensional Structures", Dissertation presented to the University of California, Berkeley, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Engineering, citado por Kulhawy et al, 1969.
- WILSON, E.L., (1970), "SAP - A General Structural Analysis Program", Report N° UCSESM 70-20, University of California, Berkeley, September, 1970.
- WILSON, S.D., (1968), "Suggested Method of Test for Moisture-Density Relations of Soils Using Harvard Compaction Apparatus", Procedures for Testing Soils, 4th ed., ASTM, 1964, pp. 160-162, citado por Kulhawy et al, 1969.
- WILSON, S.D., SQUIER, L.R., (1969), "Earth and Rockfill Dams", Proceedings, 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, State of the Art Volume, Mexico City, pp. 137-223, citado por Kulhawy.
- ZIENKIEWICZ, O.C., (1971), "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill, London, 1971.

A P Ê N D I C E 1MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA AUTOMÁTICO CLAUDIOMPROGRAMA CLAUDIOM PARA IBM/360PROGRAMADOR CLAUDIO F. MAHLER COPPE/UFRJ, 1973

Recomenda-se ler com atenção este manual de utilização. O programa está arquivado em disco no computador IBM/360, do NCE/UFRJ, sendo para sua utilização, necessária uma autorização da COPPE/UFRJ, área de Engenharia Civil. Uma listagem do programa é apresentada no Apêndice 2. O autor não se responsabiliza pelos resultados obtidos por pessoas que fizerem uso do programa sem sua prévia autorização.

IDENTIFICAÇÃO.

Este programa automático, que consiste de um programa principal (MAIN) e dez sub-rotinas (GAMAL, HIPER, TEPRIN, PROSOL, ISOPE, TENS, DLOAD, BANSOL, MODIFY, STIFF), sendo que (GAMAL, HIPER, TEPRIN, PROSOL, ISOPE, TENS e MAIN) codificados por Claudio F. Mahler (1973), (BANSOL, MODIFY e STIFF) codificados por E.L. Wilson, (1963) e adaptado por Cláudio F. Mahler (1973) e (DLOAD) codificado por Nelson Ebecken (1973) e adaptado por Claudio F. Mahler (1973). Com estas codificações e adaptações foi obtido o programa CLAUDIOM, usando-se os conceitos gerais de programação e soluções técnicas utilizados na Linguagem FORTRAN IV.

DESÍGNIO.

A finalidade deste programa é calcular as tensões, deformações e deslocamentos em barragens de terra, pela simulação da real sequência de construção, enchimento do reservatório e ação de cargas localizadas. A análise é realizada pelo Método dos Ele-

mentos Finitos, podendo-se assumir plano tensão ou plano deformação e supondo-se condições isotrópicas lineares ou não para os materiais. A não linearidade pode ser analisada, tanto pela forma funcional como pela digital comentadas no Capítulo VI.

Observe-se que em cada utilização do programa podem ser resolvidos mais de um problema. Além da simulação de construção de barragens, há outras aplicações possíveis do programa que fogem à finalidade deste trabalho.

SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES.

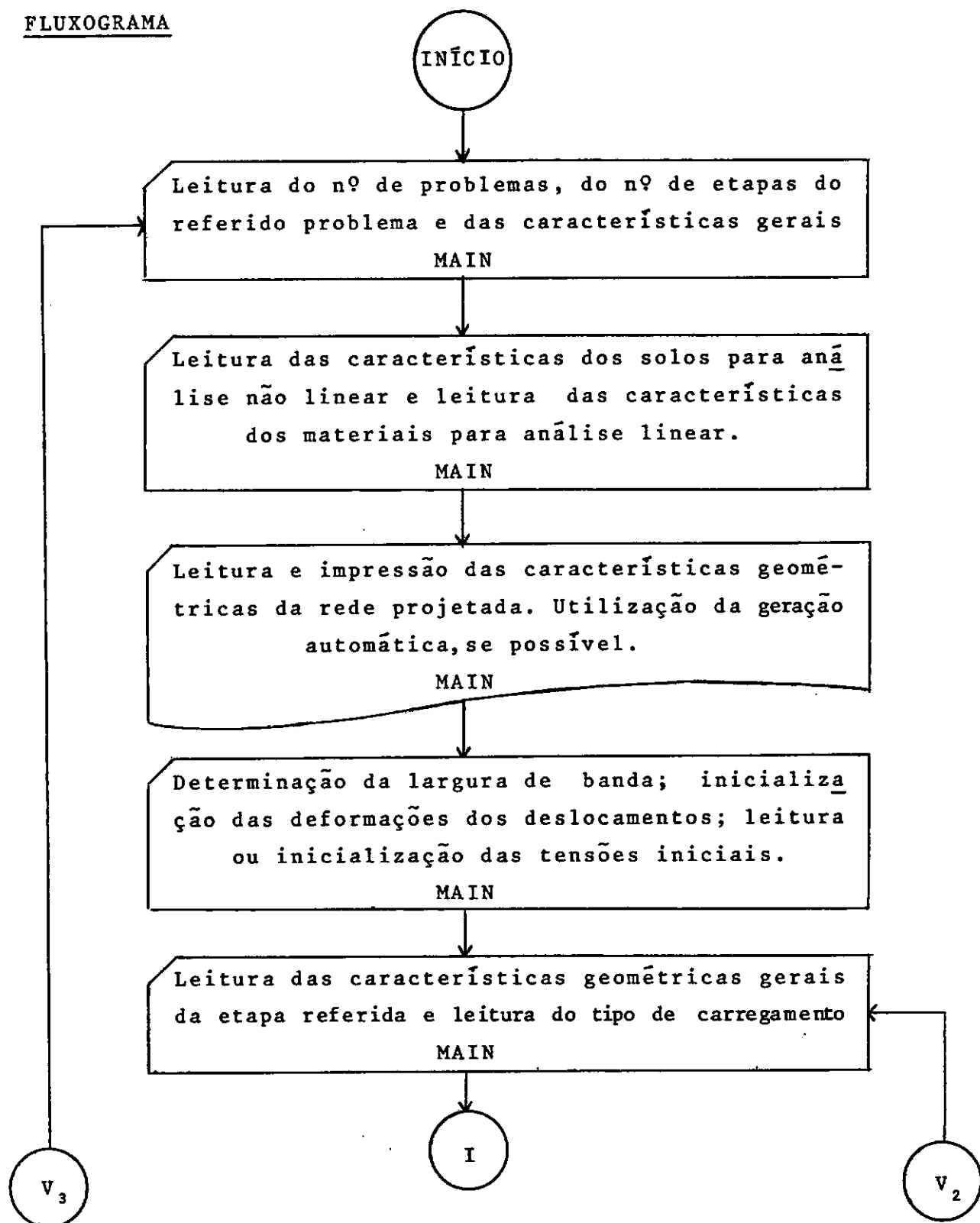
O programa principal (MAIN), comanda todas as operações, chamando as subrotinas para realizar a análise em cada etapa da construção, sendo através dele, realizada toda entrada e saída de dados.

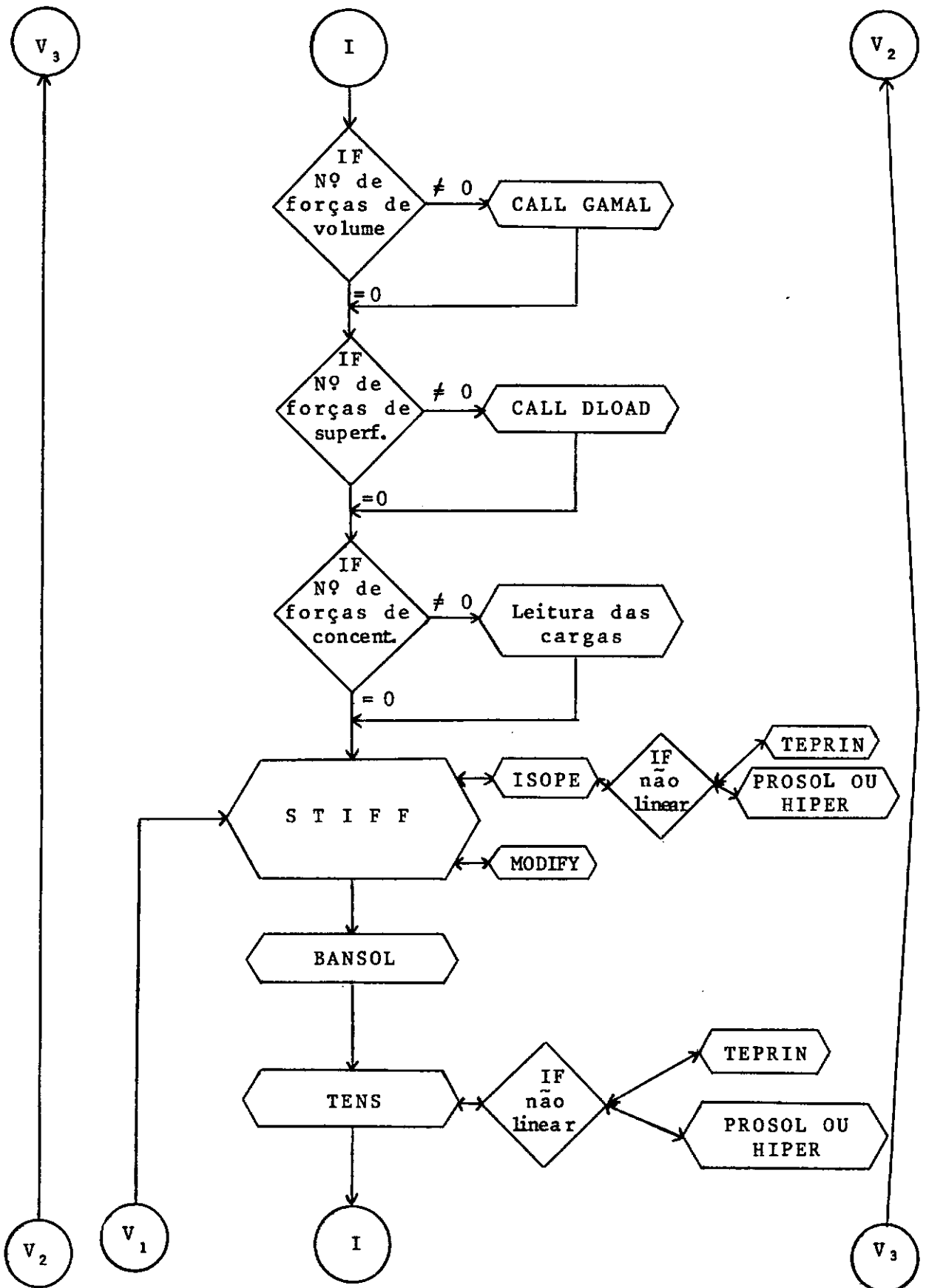
As subrotinas têm a função de realizar as seguintes tarefas :

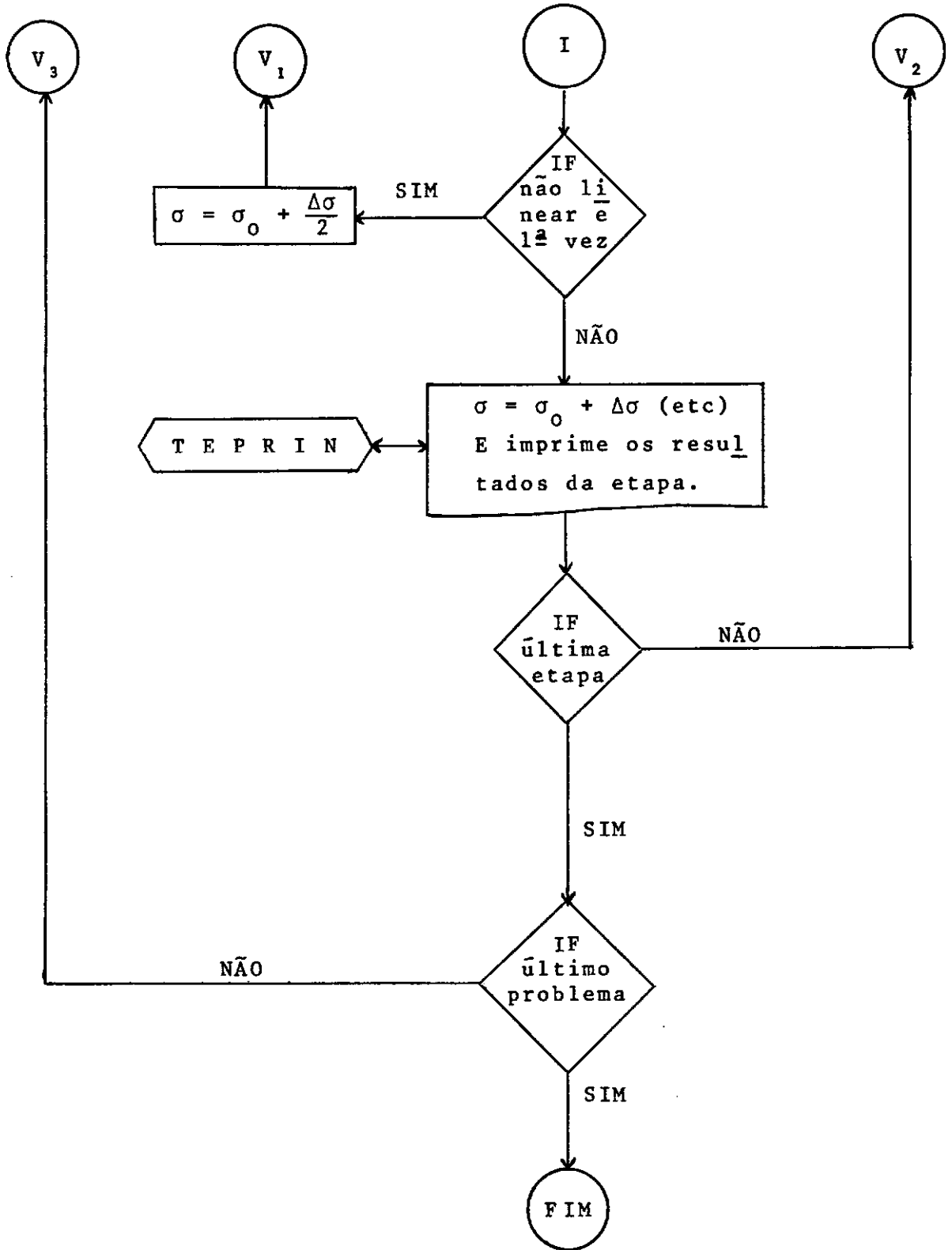
- 1) GAMAL - Calcula as parcelas de peso próprio de cada novo elemento incorporado ao conjunto, atuantes em cada ponto nodal do referido elemento. Sobre a distribuição das forças, ver Capítulo IV.
- 2) DLOAD - Chamada por MAIN, calcula as parcelas de forças de superfície, uniforme ou não, atuantes nos pontos nodais de uma face de um elemento. Sobre a distribuição das forças, ver Capítulo IV.
- 3) STIFF - Desenvolve a matriz de rigidez e o vetor de carregamento para todos os elementos participantes daquela etapa da construção.
- 4) ISOPE - Chamada por STIFF, para estabelecer a matriz de rigidez de cada elemento.
- 5) BANSOL - Chamada por MAIN faz a resolução do sistema de equações lineares pelo Método de Eliminação de Gauss, obtendo os deslocamentos desconhecidos nas direções x e y em cada ponto nodal da estrutura existente até

aquela etapa.

- 6) MODIFY - Chamada por STIFF, tem a função de modificar a matriz de rigidez global para incluir os efeitos das condições de fronteira.
- 7) TENS - Chamada por MAIN, calcula as variações de tensão ($\Delta\sigma$) e de deformação ($\Delta\epsilon$) em cada nó da rede. A adição de $\Delta\sigma$ e $\Delta\epsilon$, às tensões e deformações já existentes é feita no MAIN. Caso a análise seja não linear, ver Capítulo VI.
- 8) TEPRIN - Chamada por ISOPE, por TENS e por MAIN, tem a função de, a partir das tensões (σ_x, σ_y e τ_{xy}) atuantes em cada ponto nodal, calcula as tensões principais (σ_1 e σ_3), a tensão cisalhante máxima (τ_{max}), e as respectivas direções, atuantes no referido ponto nodal.
- 9) PROSOL - Chamada por ISOPE e por TENS, apenas para análise não linear. Calcula os novos valores do módulo de Elasticidade e do Coeficiente de Poisson em função das tensões principais atuantes no ponto nodal considerado (ver item 6.3.1). No caso de ocorrer tração acima de um determinado valor, função das características do solo, adotam-se valores pequenos para o módulo de Elasticidade e o Coeficiente de Poisson.
- 10) HIPER - Idem ao caso anterior (PROSOL), tratando-se apenas de outra forma de realizar a análise não linear (ver item 6.3.2).

FLUXOGRAMA





OBSERVAÇÕES FINAIS

- Memória** - pode ser aumentada ou diminuída, em função da largura da banda máxima, número de pontos nodais, elementos , etc.
- Por exemplo, uma rede com 60 elementos, 200 pontos no dais, podendo ter uma largura de banda máxima de 80 , utiliza uma memória de aproximadamente 150 Kbytes.
- Tempo** - é função do número de pontos nodais e elementos. Pa ra acelerar o processo de simulação da construção por etapas deve-se numerar a rede de acordo com a obra (no caso de um aterro, da esquerda para a direita e de baixo para cima). Indicam-se em cada etapa, o nú me ro de elementos e pontos nodais que dela realmente par ticipam, conseguindo-se grande diminuição de tempo de simulação.
- Arquivos** - são utilizados durante o desenvolvimento do programa três arquivos, preferivelmente armados em disco. Os nú meros que os designam são:
- 1 - para auxiliar na resolução do sistema de equações lineares,
 - 3 - para armazenar a matriz de rigidez global,
 - 4 - para o estado de tensões em cada ponto nodal.

ENTRADA DOS DADOS1) Cartões de Controle

a) 1º Cartão (I5)

1-5 NPROB - Número de problemas a analisar

b) 2º Cartão (I5, F10.6)

1-5 NCAR - Número de etapas no referido problema

6-15 QOPAZ - Constante de Redução

c) 3º Cartão (18A4)

2-72 HED - Título para identificação do problema

d) 4º Cartão (6I5, F10.3)

1-5 NUMNP - Número de nós na rede

6-10 NUMEL - Número de elementos na rede

11-15 NUMMAT - Número de materiais diferentes (numeração de 10 a 15)

16-20 NUMSOL - Número de solos diferentes (numeração de 1 a 9 - PROSOL)

21-25 NEPCN - Código indicador se a análise é linear ou não

0 - linear

1 - não linear

26-30 NPSPS - Código indicador se a análise é estado plano de tensão ou deformação

0 - tensão

1 - deformação

31-40 TH - Espessura (adota-se 1 em geral)

e) 5º Cartão (I5)

1-5 NUMHIP - Número de solos diferentes (numeração de 1 a 9 - HIPER)

2) Propriedades dos Solos: O grupo dos seguintes cartões deve ser fornecido para cada solo, quando se de seja fazer análise não linear utilizando a subrotina PROSOL.

a) 1º Cartão (F10.4,10A4)

1-10 V() - Peso específico do solo
11-50 HED - Nome dado ao solo

b) 2º Cartão (2I5)

1-5 NCS() - Número de curvas com tensão confinante constante
6-10 NCD() - Número de tensões deviatóricas adotadas

NCS e NCD devem ser menores ou iguais a oito.

c) 3º Cartão (8F10.4)

1-10 CS163(,) - Valor das tensões confinantes utilizadas nos ensaios de laboratório
11-20, etc

d) 4º Cartão (8F10.4)

1-10 CDIF(,) - Valores das tensões deviatóricas, adotadas como extremos dos segmentos de retas (Figura A1.1)
11-20, etc.

e) 5º Cartão (8F10.4)

1-10 ((YPONT(, ,)) - Valor do módulo de elasticidade
10-20, etc.

Os dados devem ser perfurados sequencialmente, em função da pressão confinante em ordem crescente, não havendo um cartão para cada NCS (pressão confinante), se NCS for menor do que oito (8).

Haverá, em geral, mais de um cartão para todos YPONT de ca

da material (ver Figura A1.1).

f) 6º Cartão (8F10.4)

1-10 ((CPOIS(, ,)) - Valor do coeficiente de Poisson.

10-20, etc.

Mesmas considerações do 5º Cartão ,
(ver Figura A1.1).

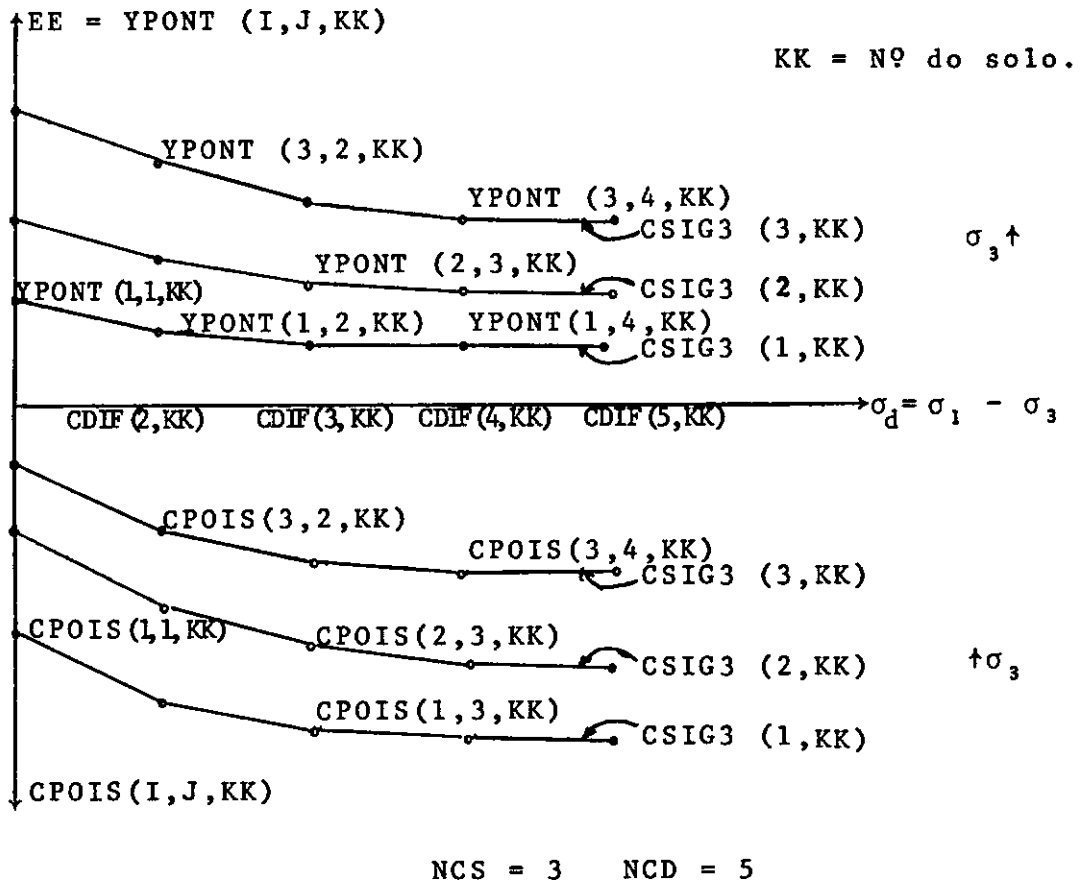


Figura A1.1 Figura elucidativa, desenvolvida a partir de curvas obtidas em ensaios de laboratório, dos parâmetros para análise não linear por PROSOL.

3) Propriedades dos Materiais: O grupo dos seguintes cartões deve ser fornecido para cada material.

a) 1º Cartão (I5,F15.0,2F10.Q9A4)

1-5 LK2 - Número do material (de 10 a 15)

6-20 EMAT(LK2) - Módulo de Elasticidade Secante

21-30 PMAT(LK2) - Coeficiente de Poisson

31-40 V(LK2) - Peso específico do material.

41-76 HED - Designação do material.

Deverão ser colocados tantos cartões quantos diferentes materiais houver, sendo que o limite é cinco (5).

4) Propriedades dos Solos: O grupo dos seguintes cartões deve ser fornecido para cada solo, quando se desjar fazer análise não linear, utilizando a subrotina HIPER.

a) 1º Cartão (F10.4)

1-10 PA - Pressão atmosférica

Para cada solo são necessários os cartões apresentados a seguir.

2º Cartão (F10.4)

1-10 V() - Peso específico

3º Cartão (8F10.4)

1-10 CONS() - Constante (K_h)

11-20 COES() - Coesão (c)

21-30 PHA() - Ângulo de atrito interno (ϕ)

31-40 EXPN() - Exponencial (n)

41-50 RF() - Índice de ruptura (R_f)

51-60 PARML() - Fator (\underline{L})

61-70 PARMM() - Parâmetro (\underline{m})

71-80 EXPQ() - Exponencial (\underline{q})

Uma explicação sobre os parâmetros apresentados, pode ser encontrada no item 6.3.2.

4º Cartão (18A4)

2-72 HED - Designação do solo.

5º Cartão

Cartão em branco.

- 5) Cartões de Pontos Nodais: Um cartão para cada ponto nodal. É possível utilizar-se geração semiautomática, o que será explicado adiante.

FORMAT (I5,F50,2F10.0)

1-5	N	- Número do ponto nodal
6-10	CODE(N)	- Código indicativo dos graus de liberdade do nó (explicado mais adiante)
11-20	R(N)	- Coordenada na direção X do nó
21-30	Z(N)	- Coordenada na direção Y do nó

Em função do valor de CODE(N), o ponto nodal poderá estar restringido no Plano Cartesiano OXY, da seguinte forma:

- | | |
|---|---|
| 0 | - deslocamento permitido nas direções X e Y |
| 1 | - deslocamento impedido na direção X e livre na direção Y |
| 2 | - deslocamento impedido na direção Y e livre na direção X |
| 3 | - deslocamento impedido em ambas as direções. |

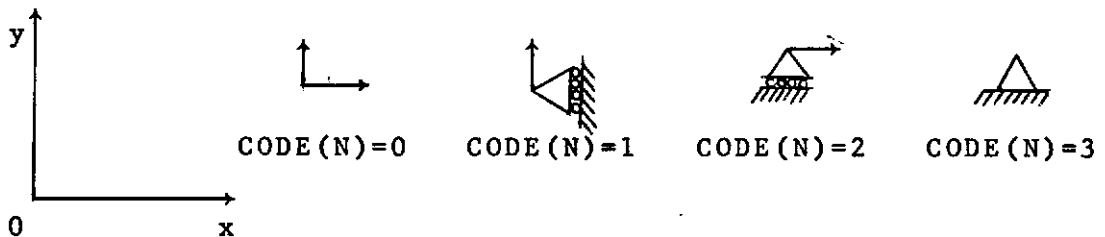


Figura A1.2

Os cartões devem ser fornecidos em ordem sequencial crescente (1,2,3...,NUMNP). Se cartões de pontos nodais intermediários são omitidos (ver Figura A1.3), o programa gera essas informações omitidas, incrementando N de 1,(n+1), e calculando as coordenadas X e Y dos novos pontos nodais, em intervalos iguais ao longo de uma reta entre dois pontos nodais definidos. O primeiro e o último ponto nodal de uma linha precisam ser dados.

A sequência numérica dos pontos nodais deve ir da esquerda para a direita e de baixo para cima da rede, conforme Figura A.1.3.

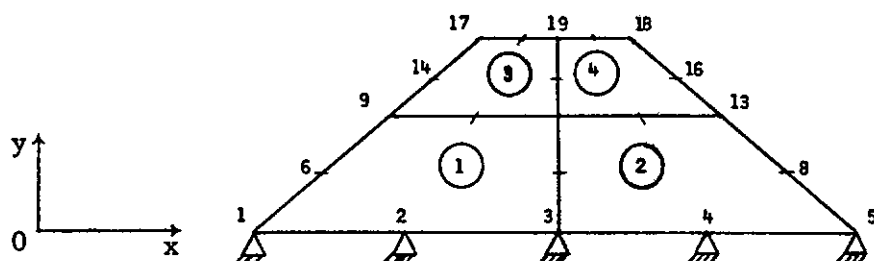


Figura A1.3. Exemplo de geração automática de pontos nodais e elementos.

Na figura seria necessário fornecer apenas os pontos 1,5,6,8, 9,13,14,16,17 e 21.

A geração semiautomática é feita apenas para pontos com nenhuma restrição ($\text{CODE}(N)=0$), ou com restrição total ($\text{CODE}(N)=3$). No caso de intercalação numa reta horizontal de pontos nodais, com códigos diferentes, cada nó a partir do qual é feita a mudança, deve ser mencionado.

6) Cartões dos Elementos: Um cartão para cada elemento.

FORMAT (10I5)

1-5	M	-	Número do elemento	
6-10		-	Ponto nodal I	
11-15		-	Ponto nodal J	
16-20		-	Ponto nodal K	
21-25		-	Ponto nodal L	
26-30		-	Ponto nodal M	Ver Figura A1.4
31-35		-	Ponto nodal N	
36-40		-	Ponto nodal O	
41-45		-	Ponto nodal P	
46-50		-	Identificação do material representado por este elemento.	

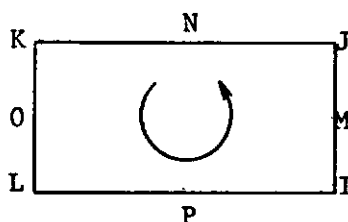


Figura A1.4

OBS.: Entrar sempre com os pontos nodais seguindo esta ordem.

Entrar sempre com os pontos nodais seguindo esta ordem.

A diferença máxima entre os números dos nós de um mesmo elemento deve ser inferior a quarenta (40), muito embora tal diferença possa ser modificada em função das necessidades do programa (grande número de pontos nodais) ou capacidade de computador (redução da memória necessária ao programa).

Os cartões devem ser fornecidos em ordem sequencial crescente, (1,2,3,..., NUMEL) da mesma forma que os pontos nodais. Vide Figura Al.5.

Também é possível utilizar-se geração semiautomática, sendo os elementos intermediários omitidos gerados com o mesmo material do elemento precedente. Se toda estrutura idealizada for composta por apenas um material, é preciso apenas fornecer o 1º elemento de cada camada de elementos e somente na última é que é necessário fornecer o último elemento. Por exemplo na Figura Al.3, se houver apenas um material, basta fornecer os elementos 1,3 e 4. Porém, no caso de haver diferentes materiais na rede, é necessário fornecer o 1º primeiro elemento do novo material. Por exemplo, na Figura Al.5, é necessário fornecer os seguintes elementos: 1,3,5,7,9,11 e 12.

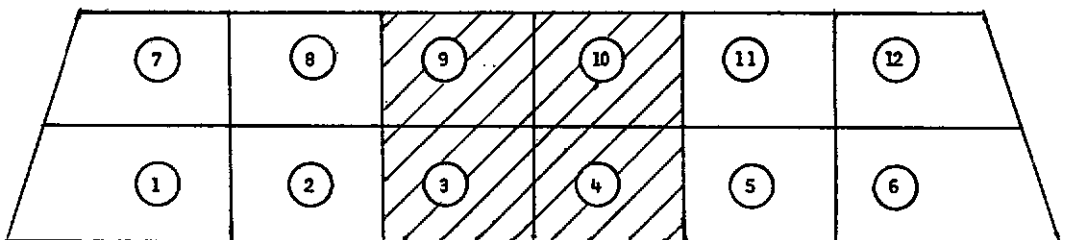


Figura Al.5. Elementos 3,4,9 e 10 com material diferente dos restantes.

7) Cartões de leitura das tensões iniciais.

a) 1º Cartão (I5)

1-5 LOULA - Código indicador

0 - não é lido o 2º Cartão deste item, sen

do todas as tensões iniciais geradas pelo programa e iguais a zero.

1 - faz a leitura do 2º Cartão.

b) 2º Cartão (3F15.7)

1-15 SIGX(I)- Tensão normal no nó I na direção X
 16-30 SIGY(I)- Tensão normal no nó I na direção Y
 31-45 TAUXY(I)- Tensão cisalhante no nó I.

Deve haver tantos cartões destes, quantos pontos nodais houver na rede (I=1,NUMNP), sendo os mesmos fornecidos em ordem sequencial crescente.

8) Cartão para Informações Parciais :

FORMAT (2I5)

1-5 NUMNP - Número de pontos nodais até onde se deseja que a análise seja feita
 6-10 NUMEL - Número de elementos até onde se deseja que a análise seja feita

A finalidade deste cartão é acelerar a execução caso o estudo seja incremental, analisando-se a cada etapa, apenas o que realmente já foi construído. Ver observações anteriores, quanto a influência do número de pontos nodais no tempo de resolução do problema.

9) Cartões para Leitura do Tipo de Carregamento :

a) 1º Cartão (3I5)

1-5 NUMBF - Número de forças de volume
 6-10 NUMDL - Número de forças de superfície
 11-15 NUMNF - Número de cargas concentradas.

b) 2º Cartão (I5)

1-5 NF1 - PRIMEIRO NÓ DA NOVA LINHA DE TOPO.

Este cartão não é lido quando de análise "Gravity Turn-On".

c) 3º Cartão (3I5)

1-5 NSOL - Número de diferentes solos ou materiais incorporados à estrutura naquela etapa.

d) 4º Cartão (3I5)

1-5 NIN - Número do primeiro elemento incorporado.

6-10 NIF - Número do último elemento incorporado

11-15 IX(NIN,9) - Número do material ou solo do elemento.

Observe-se que somente são necessários o 2º, 3º e 4º Cartões se NUMBF for diferente de zero e a quantidade de 4º Cartões é indicado por NSOL.

e) 5º Cartão (I5,F15.5)

1-5 NINIC - Primeiro no da nova camada

6-20 ALTC - Altura da nova camada

Este cartão só é lido se a análise for não linear e se NUMBF for diferente de zero.

f) 6º Cartão (2I5)

1-5 N - Número do elemento

6-10 LADO - Faceta do elemento sobre a qual atuam as forças superiores. Para seguir a numeração correta dos dados, ver Figura A1.6.

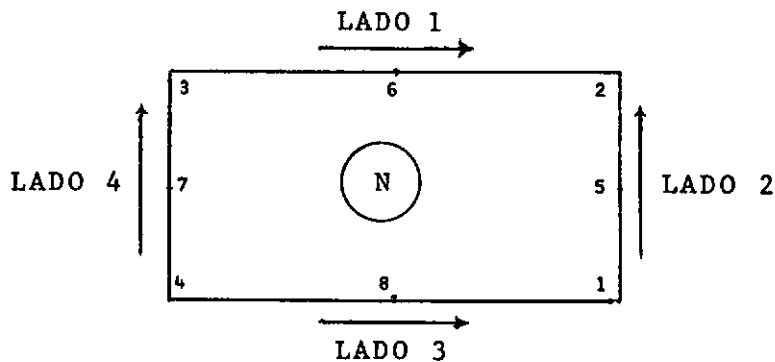


Figura A1.6. Incidência das forças de superfície em cada elemento.

g) 7º Cartão (6F10.4)

Este cartão tem a finalidade de indicar o enchimento do reservatório, através de incrementos de carga, podendo-se

também utilizá-lo quando de enchimento ou esvaziamento rápido.

Existem tantos cartões deste por etapa, quantos lados de elementos forem atingidos pelo enchimento do reservatório, o que é indicado por NUMDL. Evidentemente, que se NUMDL for igual a zero, tanto estes cartões quanto os anteriores (6º Cartão) não devem ser incorporados aos dados.

Os dados, neste cartão, devem ser fornecidos da seguinte forma :

- 1-10 H11 - altura do incremento de água com relação ao 1º ponto (ver numeração Figura A1.7) do lado do elemento, agora sob pressão hidrostática.
- 11-20 H22 - idem com relação ao 2º ponto do lado considerado.
- 21-30 H33 - idem com relação ao 3º ponto
- 31-40 H44 - inclinação do talude de montante
- 41-50 H55 - no caso de barragens de terra (ver Figura A1.7)
- 51-60 WAT - Peso específico da água ou líquido em ação.

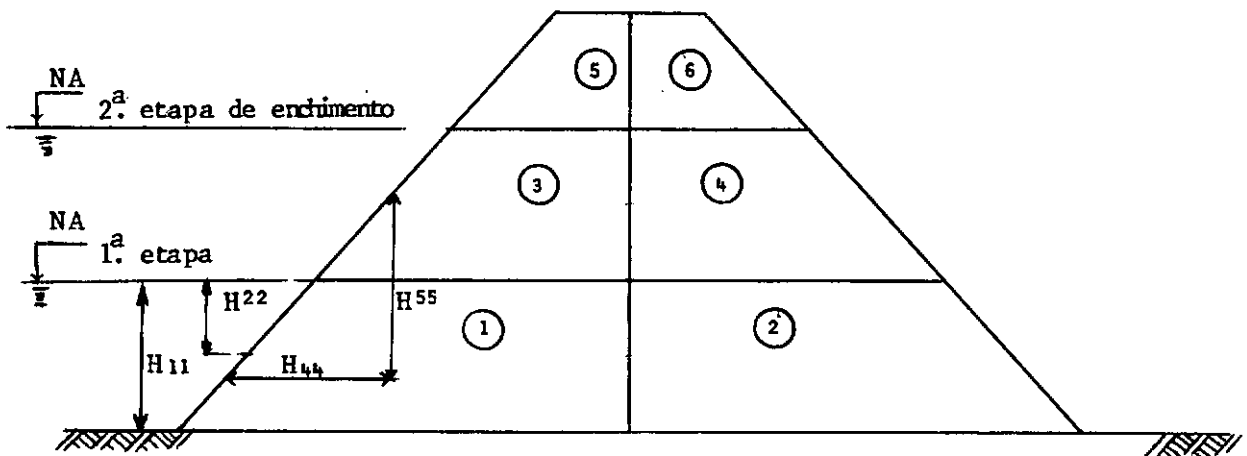


Figura A1.7. - Figura Elucidativa

Na 1ª etapa de enchimento, apenas o lado 4 no elemento (1) está sob pressão hidrostática. Observe-se que H33 seria igual a zero.

Na 2ª etapa de enchimento, os lados 4 dos elementos (1) e (3)

estão sob pressão hidrostática, sendo que no elemento (1) existe apenas um acréscimo de pressão hidrostática igual à subida do nível d'água, em todos os pontos nodais, enquanto no elemento (3), os valores fornecidos de pressão hidrostática são diferentes para cada ponto nodal.

Observe-se que as forças de superfície não são necessariamente pressões hidrostáticas, podendo-se representar distribuições de pressão quaisquer, devidas a outros fenômenos, agindo na estrutura substituta adotada.

h) 8º Cartão (I5,F5.0,F10.0)

- 1-5 NPC - Número do ponto nodal carregado
- 6-10 Força na direção X no nó referido
- 11-20 Força na direção Y no nó referido

Se NUMNF (número de cargas concentradas) for igual a zero, este cartão não é necessário, mas se diferente de zero, o número de cartões (8º cartão) é igual a NUMNF.

SAÍDA DO PROGRAMA

O programa fornece todos os dados de entrada para a necessária verificação e, os deslocamentos (UR e UZ), as tensões normais (σ_x e σ_y), a tensão cisalhante (τ_{xy}), as tensões principais (σ_1 e σ_3), a tensão cisalhante máxima (T_{max}), os ângulos formados destas tensões com o eixo OX, as deformações normais (ϵ_x, ϵ_y) a deformação cisalhante (γ_{xy}), ocorridas em cada etapa da simulação em cada ponto nodal da estrutura substituta considerada.

A P Ê N D I C E 2

SUBROTINAS UTILIZADAS NO

PROGRAMA AUTOMÁTICO CLAUDIOM


```

C *****
C
C S U B R O T I N A      I S O P E
C
C ESTA SUBROTINA CALCULA A MATRIZ DE RIGIDEZ DE CADA
C ELEMENTO SENDO UTILIZADOS 9 PONTOS DE INTEGRACAO
C *****
C
C SUBROUTINE ISOPE
C CCMCN NUMNP,NUMEL,NUMMAT,NUMSQL,MTYPE,HED(18),NEPCN,
1  NPSPS,NUMHIP
C COMMON/MANGA/TH,V(15),ALTC,NINIC,JVEZ
C CCMCN/CRDARG/R(200),Z(200),UR(200),UZ(200),CCDE(200)
C COMMON/ANA/IX(60,9),N
C CCMCN/CCUTO/SA(16,16)
C CCMCN/PELE/CMODE,COPOS
C CCMCN/PEPE/SIG1,SIG3,ALFA,TMAX,OMEGA
C CCMCN/TITE/EMAT(15),PMAT(15)
C DIMENSION A(2,9),W(9),FI(8),FIN(2,8),T(2,2),T1(2,2),
1XE(8,2),ET(8),POI(8),FIX(2,8)
C IF(IX(N,9).EQ.15) GO TO 55
C Q1=0.774596669241483
C Q2=0.000000000000000
C C1=0.5555555555555556
C C2=0.8888888888888889
C A(1,1)=Q1
C A(2,1)=-Q1
C A(1,2)=C1
C A(2,2)=Q1
C A(1,3)=-Q1
C A(2,3)=C1
C A(1,4)=-Q1
C A(2,4)=-Q1
C A(1,5)=C1
C A(2,5)=Q2
C A(1,6)=C2
C A(2,6)=Q1
C A(1,7)=-Q1
C A(2,7)=C2
C A(1,8)=Q2
C A(2,8)=-Q1
C A(1,9)=C2
C A(2,9)=Q2
C CC 9 I=1,4
9  W(I)=C1*C1
C DO 10 I=5,8
1C W(I)=C1*D2

```

```

W(9)=D2*C2
CC 31 I=1,8
J=IX(N,I)
XE(I,1)=R(J)
XE(I,2)=Z(J)
31 CONTINUE
CC 971 I=1,16
CC 971 J=1,16
971 SA(I,J)=C.
K1=IX(N,9)
NP=9
IF(K1.GE.10) GO TO 32
CC 30 I=1,8
J=IX(N,I)
ITA=J
IF(JVEZ.EQ.1.AND.ITA.GE.NINIC) GO TO 20
CALL TEPRIN (ITA)
GO TO 23
20 HEIG=ALTC-Z(ITA)
SIG1=-V(K1)*HEIG
SIG3=0.50*SIG1
23 CONTINUE
IF(NUHIP.GT.0) GO TO 70
CALL PRCSOL (K1)
GO TO 75
70 CALL HIPER(K1)
75 CONTINUE
ET(I)=CMCDE
30 POI(I)=CCPCS
GO TO 33
32 CC 34 I=1,8
ET(I)=EMAT(K1)
POI(I)=PMAT(K1)
34 CONTINUE
23 DO 26 K=1,NP
FI( 1)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K))*(A(1,K)-A(2,K)-1.)/4.
FI( 2)=(1.+A(1,K))*(1.+A(2,K))*(A(1,K)+A(2,K)-1.)/4.
FI( 3)=(1.-A(1,K))*(1.+A(2,K))*(-A(1,K)+A(2,K)-1.)/4.
FI( 4)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K))*(-A(1,K)-A(2,K)-1.)/4.
FI( 5)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K)**2)/2.
FI( 6)=(1.+A(2,K))*(1.-A(1,K)**2)/2.
FI( 7)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K)**2)/2.
FI( 8)=(1.-A(2,K))*(1.-A(1,K)**2)/2.
FIN(1,1)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
FIN(1,2)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
FIN(1,3)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
FIN(1,4)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
FIN(1,5)=(1.-A(2,K)**2)/2.
FIN(1,6)=- (1.+A(2,K))*A(1,K)
FIN(1,7)=- (1.-A(2,K)**2)/2.

```

```

FIN(1,8 )=-(1.-A(2,K))*A(1,K)
FIN(2,1 )=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
FIN(2,2 )=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
FIN(2,3 )=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
FIN(2,4 )=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
FIN(2,5 )=-(1.+A(1,K))*A(2,K)
FIN(2,6 )=(1.-A(1,K)**2)/2.
FIN(2,7 )=-(1.-A(1,K))*A(2,K)
FIN(2,8 )=-(1.-A(1,K)**2)/2.
DO 22 I=1,2
CC 22 J=1,2
T(I,J)=0.
DO 22 M=1,8
22 T(I,J)=T(I,J)+FIN(I,M)*XE(M,J)
DET=T(1,1)*T(2,2)-T(1,2)*T(2,1)
T1(1,1)=T(2,2)/DET
T1(1,2)=-T(1,2)/DET
T1(2,1)=-T(2,1)/DET
T1(2,2)=T(1,1)/DET
CC 24 J=1,8
DO 24 I=1,2
FIX(I,J)=0.
CC 24 M=1,2
24 FIX(I,J)=FIX(I,J)+T1(I,M)*FIN(M,J)
DET=DET*W(K)
EE=0.
POISS=C.
DO 425 I=1,8
EE=EE+FI(I)*ET(I)
425 POISS=PCISS+FI(I)*POI(I)
C1=EE*TH/(1.-PCISS**2)
C2=EE*TH/(2.*(1.+PCISS))
C3=EE*PCISS*TH/(1.-POISS**2)
C4=EE*TH/(2.*(1.+PCISS))
CC 26 I=1,15,2
DO 26 J=1,15,2
II=I/2+1
JJ=J/2+1
SA(I,J)=SA(I,J)+C1*FIX(1,II)*FIX(1,JJ)*DET+
*C2*FIX(2,II)*FIX(2,JJ)*DET
SA(I+1,J)=SA(I+1,J)+C3*FIX(2,II)*FIX(1,JJ)*DET+
*C4*FIX(1,II)*FIX(2,JJ)*DET
SA(I,J+1)=SA(I,J+1)+C3*FIX(1,II)*FIX(2,JJ)*DET+
*C4*FIX(2,II)*FIX(1,JJ)*DET
26 SA(I+1,J+1)=SA(I+1,J+1)+C2*FIX(1,II)*FIX(1,JJ)*DET+
*C1*FIX(2,II)*FIX(2,JJ)*DET
GO TC 57
55 DO 56 I=1,16
CC 56 J=1,16
56 SA(I,J)=C.

```

57 CONTINUE

WRITE(LW,62)

62 FCRMAT(//,45X,'MATRIZ DE RIGIDEZ - ISOPE',//)

WRITE(LW,66)((SA(I,J),J=1,8),I=1,16)

WRITE(LW,66)((SA(I,J),J=9,16),I=1,16)

66 FCRMAT(///,8(2X,E13.6))

RETURN

END

S U B R O T I N A T E N S

ESTA SUBROTINA CALCULA O ESTADO DE TENSOES EM CADA
PONTO NODAL DA REDE ADOOTADA

SUBROUTINE TENS

COMMON NUMNP,NUMEL,NUMMAT,NUMSOL,MTYPE,HED(18),NEPCN,

1 NPSPS,NLMHIP

COMMON/ANA/IX(60,9),NKJ

COMMON/PELE/CMODE,COPOS

COMMON/CRDARG/R(200),HZ(200),LR(200),UZ(200),CODE(200)

COMMON/DIDI/ZG(3,200),DEFOM(3,200)

COMMON /BANARG/ MM,NUMBLK,P(160),WA(160,80)

COMMON/TITE/EMAT(15),PMAT(15)

COMMON/PEPE/SIG1,SIG3,ALFA,TMAX,OMEGA

COMMON/MANGA/TH,V(15),ALTC,NINIC,JVEZ

DIMENSION XE(8,2),A(2,8),Z(3,8),T(2,2),T1(2,2),FIN(2,8),
1FIX(2,8),TT(2,8),ET(8),POI(8),IU(200),DEFOR(3,8)

DATA A/1.,-1.,2*1.,-1.,1.,2*-1.,1.,2*0.,1.,-1.,2*0.,-1./

DO 40 J=1,NUMNP

IU(J)=0

DO 41 L=1,3

DEFOM(L,J)=0.

41 ZG(L,J)=0.

40 CONTINUE

DO 403 KJ=1,NUMEL

CC 404 I=1,8

J=IX(KJ,I)

XE(I,1)=R(J)

XE(I,2)=HZ(J)

TT(1,I)=P(2*J-1)

404 TT(2,I)=P(2*J)

CC 77 I=1,8

DO 77 J=1,3

77 DEFOR(J,I)=0.

IX(KJ,9)=-IX(KJ,9)

```

K1=IX(KJ,9)
IF(K1.EQ.15) GO TO 300
IF(K1.GE.10) GO TO 31
CC 30 I=1,8
ITA=IX(KJ,I)
IF(JVEZ.EQ.1.AND.ITA.GE.NINIC) GO TO 29
CALL TEPRIN (ITA)
GO TO 23
29 HEIG=ALTC-HZ(ITA)
SIG1=-V(K1)*HEIG
SIG3=C.5C*SIG1
23 CONTINUE
IF(NUMHIP.GT.0) GO TO 70
CALL PRCSOL (K1)
GO TO 75
70 CALL HIPER(K1)
75 CONTINUE
ET(I)=CMCDE
30 PCI(I)=COPCS
GO TO 33
31 CC 34 I=1,8
ET(I)=EMAT(K1)
34 POI(I)=PMAT(K1)
33 CC 20 K=1,8
FIN(1,1)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
FIN(1,2)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
FIN(1,3)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
FIN(1,4)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
FIN(1,5)=(1.-A(2,K)**2)/2.
FIN(1,6)=- (1.+A(2,K))*A(1,K)
FIN(1,7)=- (1.-A(2,K)**2)/2.
FIN(1,8)=- (1.-A(2,K))*A(1,K)
FIN(2,1)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
FIN(2,2)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
FIN(2,3)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
FIN(2,4)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
FIN(2,5)=- (1.+A(1,K))*A(2,K)
FIN(2,6)=(1.-A(1,K)**2)/2.
FIN(2,7)=- (1.-A(1,K))*A(2,K)
FIN(2,8)=- (1.-A(1,K)**2)/2.
CC 22 I=1,2
CC 22 J=1,2
T(I,J)=C.
CC 22 M=1,8
22 T(I,J)=T(I,J)+FIN(I,M)*XE(M,J)
DET=T(1,1)*T(2,2)-T(1,2)*T(2,1)
T1(1,1)=T(2,2)/DET
T1(1,2)=-T(1,2)/DET
T1(2,1)=-T(2,1)/DET
T1(2,2)=T(1,1)/DET

```

```

DO 24 J=1,8
CC 24 I=1,2
FIX(I,J)=0.
DO 24 M=1,2
24 FIX(I,J)=FIX(I,J)+T1(I,M)*FIN(M,J)
C1=ET(K)/(1.-POI(K)**2)
C3=ET(K)/(2.*(1.+POI(K)))
CC 78 I=1,8
DEFOR(1,K)=DEFOR(1,K)+FIX(1,I)*TT(1,I)
DEFOR(2,K)=DEFOR(2,K)+FIX(2,I)*TT(2,I)
78 DEFOR(3,K)=DEFOR(3,K)+FIX(2,I)*TT(1,I)+FIX(1,I)*TT(2,I)
Z(1,K)=C1*(DEFOR(1,K)+PCI(K)*DEFOR(2,K))
Z(2,K)=C1*(PCI(K)*DEFOR(1,K)+DEFOR(2,K))
20 Z(3,K)=C3*DEFOR(3,K)
GO TO 410
300 CC 350 I=1,3
CC 350 K=1,8
DEFOR(I,K)=0.
350 Z(I,K)=0.
410 CONTINUE
CC 405 I=1,8
J=IX(KJ,I)
CC 406 L=1,3
DEFOM(L,J)=DEFOM(L,J)+DEFOR(L,I)
406 ZG(L,J)=ZG(L,J)+Z(L,I)
405 IU(J)=IU(J)+1
403 CONTINUE
CC 407 I=1,NUMNP
DO 407 J=1,3
DEFOM(J,I)=DEFOM(J,I)/IU(I)
407 ZG(J,I)=ZG(J,I)/IU(I)
RETURN
END

```

```

C      *****
C
C      S U B R O T I N A      G A M A L
C
C      ESTA SUBROUTINA CALCULA O VETOR DE CARGAS CONSISTENTES
C      EM CADA ELEMENTO DEVIDAS A FORÇAS DE MASSA E AS
C      DISTRIBUI NO VETOR DE CARGAS GLOBAL
C
C      *****
C      SUBROUTINE GAMAL
C      COMMON/MANGA/TH,V(15)
C      COMMON/CRDARG/R(200),Z(200),UR(200),UZ(200),CODE(200)
C      COMMON/ANA/IX(60,9),N
C      DIMENSION A(2,4),FI(8),FIN(2,8),T(2,2),
1XE(8,2),P1(8),P2(8),E(8,8),TE(16)
      LW=6
      ANG1=180.000
      K1=IX(N,9)
      C=0.577350269189626
      A(1,1)=C
      A(2,1)=-C
      A(1,2)=C
      A(2,2)=C
      A(1,3)=-C
      A(2,3)=C
      A(1,4)=-C
      A(2,4)=-C
      DO 971 I=1,16
971  TE(I)=0.
C      WRITE(LW,155)
C 155  FORMAT(/,25X,'J=IX(N,I) - GAMAL',/)
      DO 31 I=1,8
      J=IX(N,I)
      XE(I,1)=R(J)
      XE(I,2)=Z(J)
31  CONTINUE
C      WRITE(LW,165)
C 165  FORMAT(/,20X,'XE(I,J) - GAMAL',/)
C      WRITE(LW,1)((XE(I,J),I=1,8),J=1,2)
C 1  FORMAT(/,8(2X,F11.4))
      DO 972 I=1,8
      DO 972 J=1,8
972  E(I,J)=0.
      TETI=ANG1*3.141592653589793/180.
      CIL=TETI-3.141592653589793
      CCIL=ABS(CIL)
      IF(CCIL-C.CO1)70,7C,8C
70  DO 71 I=1,8
      P1(I)=C.0
71  P2(I)=-V(K1)

```

```

C      WRITE(LW,1)(P1(I),I=1,8)
C      WRITE(LW,1)(P2(I),I=1,8)
      GC TO 72
80    DC 993 I=1,8
      P1(I)=V(K1)*SIN(TETI)
993   P2(I)=V(K1)*COS(TETI)
72    NP=4
      DO 26 K=1,NP
        FI( 1)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K))*(A(1,K)-A(2,K)-1.)/4.
        FI( 2)=(1.+A(1,K))*(1.+A(2,K))*(A(1,K)+A(2,K)-1.)/4.
        FI( 3)=(1.-A(1,K))*(1.+A(2,K))*(-A(1,K)+A(2,K)-1.)/4.
        FI( 4)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K))*(-A(1,K)-A(2,K)-1.)/4.
        FI( 5)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K)**2)/2.
        FI( 6)=(1.+A(2,K))*(1.-A(1,K)**2)/2.
        FI( 7)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K)**2)/2.
        FI( 8)=(1.-A(2,K))*(1.-A(1,K)**2)/2.
        FIN(1,1)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
        FIN(1,2)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
        FIN(1,3)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
        FIN(1,4)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
        FIN(1,5)=(1.-A(2,K)**2)/2.
        FIN(1,6)=- (1.+A(2,K))*A(1,K)
        FIN(1,7)=- (1.-A(2,K)**2)/2.
        FIN(1,8)=- (1.-A(2,K))*A(1,K)
        FIN(2,1)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
        FIN(2,2)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
        FIN(2,3)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
        FIN(2,4)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
        FIN(2,5)=- (1.+A(1,K))*A(2,K)
        FIN(2,6)=(1.-A(1,K)**2)/2.
        FIN(2,7)=- (1.-A(1,K))*A(2,K)
        FIN(2,8)=- (1.-A(1,K)**2)/2.
      CC 22 I=1,2
      DO 22 J=1,2
        T(I,J)=0.
      CC 22 M=1,8
22    T(I,J)=T(I,J)+FIN(I,M)*XE(M,J)
      DET=T(1,1)*T(2,2)-T(1,2)*T(2,1)
      DC 26 I=1,8
      DO 26 J=1,8
26    E(I,J)=E(I,J)+FI(I)*FI(J)*DET
      DC 42 I=1,15,2
      II=I/2+1
      DO 42 J=1,15,2
      JJ=J/2+1
      TE(I)=TE(I)+E(II,JJ)*P1(JJ)
42    TE(I+1)=TE(I+1)+E(II,JJ)*P2(JJ)
C      WRITE(LW,130)
C 130 FCRMAT(/,2CX,'TE(I) - GAMAL',/)
C      WRITE(LW,10)(TE(I),I=1,16)

```



```

C 10 FCRMAT(8(2X,E12.5)/8(2X,E12.5))
    NNPE=8
    DO 28 KA=1,NNPE
      IBC=IX(N,KA)
      I2C=2*KA
      I1C=I2C-1
      UR(IBC)=UR(IBC)+TE(I1C)
28  LZ(IBC)=LZ(IBC)+TE(I2C)
    RETURN
    END

```

```

C *****
C
C SUBROUTINA      D L C A D
C
C ESTA SUBROTINA CALCULA C VETOR DE CARGAS CONSISTENTES
C EM CADA LADO DE ELEMENTO DEVIDAS A FORÇAS DE
C SUPERFICIE
C *****
C
C SUBROUTINE DLOAD
C DIMENSION LM(4,3),FF(2,8),MP(16),A(2,8),SNN(2,6),X(3,2),
*SN(3),D(2,8),PN(2),Q(8),F(2,3),CC(2,2),QQ(6),XE(8,2)
C COMMON/CASELY/LADO,PP(6)
C COMMON/ANA/IX(60,9),NEL
C COMMON/ORDARG/R(200),Z(200),UR(200),UZ(200),CCCE(200)
C DATA FF/1.,-1.,2*1.,-1.,1.,2*-1.,1.,2*0.,1.,-1.,2*0.,-1./
C DATA MP/1,2,5,6,3,4,7,8,1,-1,-1,1,1,1,-1,-1/
C DATA LM/3,1,2*4,6,5,8,7,2*2,1,3/
C DO 41 I=1,8
C   J=IX(NEL,I)
C   XE(I,1)=R(J)
C   XE(I,2)=Z(J)
41 CONTINUE
C   AB=0.577350269189626
C   DO 30 J=1,4
C     L=MP(J)
C     K=MP(J+4)
C     A(1,L)=AB*MP(J+8)
30  A(1,K)=MP(J+12)
C     NNPE=8
C     DO 31 J=1,NNPE
C       I=NNPE-J+1
31  A(2,I)=-A(1,J)
C     DO 15 I=1,6
15  QQ(I)=0.
C     LLL=2*LADO-1
C     KKK=2*LADC
C     CC 72 K=LLL,KKK

```

```

      CC 16 I=1,6
      CC 16 J=1,2
16  SNN(J,I)=0.
      DO 2 J=1,3
      JJ=LM(LADO,J)
      X(J,1)=XE(JJ,1)
      X(J,2)=XE(JJ,2)
      F(1,J)=FF(1,JJ)
      F(2,J)=FF(2,JJ)
      GC TC (7,7,7,7,8,9,8,9),JJ
7   SN(J)=(1.+A(1,K)*F(1,J))*(1.+A(2,K)*F(2,J))*(A(1,K)*
1F(1,J)+A(2,K)*F(2,J)-1)*0.25
      CC 13 I=1,2
      N=3-I
13  D(I,J)=((1.+A(N,K)*F(N,J))*F(I,J)*(2.*A(I,K)*
      *F(I,J)+A(N,K)*F(N,J)))/4.
      GC TC 2
8   SN(J)=(1.+A(1,K)*F(1,J))*(1.-A(2,K)**2)*0.5
      D(1,J)=(1.-A(2,K)**2)*F(1,J)/2.
      D(2,J)=-((1.+A(1,K)*F(1,J))*A(2,K))
      GC TC 2
9   SN(J)=(1.-A(1,K)**2)*(1.+A(2,K)*F(2,J))*0.5
      D(1,J)=-((1.+A(2,K)*F(2,J))*A(1,K))
      D(2,J)=(1.-A(1,K)**2)*F(2,J)/2.
2   CONTINUE
      DO 3 J=1,3
      SNN(1,2*J-1)=SN(J)
3   SNN(2,2*J)=SN(J)
      DO 17 M=1,2
      DO 17 N=1,2
      CC(M,N)=0.
      DO 17 L=1,3
17  CC(M,N)=DD(M,N)+D(M,L)*X(L,N)
      G22=(CC(1,1)**2+DD(1,2)**2)**0.5
      G11=(DD(2,1)**2+DD(2,2)**2)**0.5
      Q(1)=G22
      Q(2)=G22
      Q(3)=G11
      Q(4)=G11
      Q(5)=G22
      Q(6)=G22
      Q(7)=G11
      Q(8)=G11
      DO 20 I=1,2
      PN(I)=0.
      DO 20 L=1,6
20  PN(I)=PN(I)+SNN(I,L)*PP(L)
      CC 21 II=1,6
      CC 21 KK=1,2
21  QQ(II)=QQ(II)+SNN(KK,II)*PN(KK)*Q(K)

```

```

72 CONTINUE
   CO 25 J=1,3
   JJ=LM(LACO,J)
   JJJ=IX(NEL,JJ)
   I2=2*J
   I1=I2-1
   LR(JJJ)=UR(JJJ)+CQ(I1)
   UZ(JJJ)=UZ(JJJ)+CQ(I2)
25 CONTINUE
   RETURN
   END

```

```

C *****
C
C SUBROUTINE TEPRI N
C
C ESTA SUBROUTINA CALCULA AS TENSOES PRINCIPAIS, A TENSAO
C CISALHANTE MAXIMA E AS RESPECTIVAS ORIENTACOES COM
C RELACAO AO EIXO HORIZONTAL
C *****
C SUBROUTINE TEPRI N (ITA)
COMMON NUMMP,NUMEL,NUMMAT,NUMSQL,MTYPE,HEC(18),NEPCN,
1 NPSPS,NUMHIP
COMMON/BILL/SIGX(200),SIGY(200),TAUXY(200)
COMMON/PEPE/SIG1,SIG3,ALFA,TMAX,OMEGA
IF(SIGX(ITA).EQ.0..AND.SIGY(ITA).EQ.0..AND.TAUXY(ITA).EQ.
10.) GO TO 5
CC=(SIGX(ITA)+SIGY(ITA))/2.0
CD=(SIGY(ITA)-SIGX(ITA))/2.0
BB=SQRT(CD**2+TAUXY(ITA)**2)
TMAX=BB
SOM1=ABS(CC+BB)
SOM2=ABS(CC-BB)
IF(SOM1.GE.SOM2)GO TO 1
SIG1=CC-BB
SIG3=CC+BB
GO TO 2
1 SIG1=CC+BB
SIG3=CC-BB
2 BC=ABS(CD)
IF(BC.LT.0.001) GO TO 7
TETA=ATAN2(-TAUXY(ITA),CD)
ALFA=90.0*TETA/3.14159265
CCA=ABS(CC-SIGX(ITA))
IF(CCA.LT.0.001)GO TO 8
IF(TAUXY(ITA).GE.0.0)GO TO 9
OME=ATAN2((BB+TAUXY(ITA)),CCA)

```

```

GO TC 10
9 OME=ATAN2((-BB+TAUXY(ITA)),CCA)
1C CMEGA=180.C*CME/3.14159265
GO TC 6
7 TETA=C.
ALFA=0.
CMEGA=0.
GO TO 6
5 SIG1=C.0
SIG3=C.C
TMAX=0.0
ALFA=0.0
8 OMEGA=C.
6 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C *****
C
C SUBROUTINE PROCSCL
C
C ESTA SUBROTINA CALCULA O MODULO DE ELASTICIDADE E O
C COEFICIENTE DE POISSON EM FUNCAO DAS TENSORES PRINCIPAIS
C PELA FORMA DIGITAL PARA ANALISE NAO LINEAR
C
C OS LIMITES DE TRACAO SAC ADOTADOS DE ENSAIOS REALIZADOS
C PCR PALLO CRUZ EM SOLOS ARGILCSOS (GNAISS)
C
C *****
C SUBROUTINE PROCSCL (KK)
C COMMON NUMNP,NUMEL,NUMMAT,NUMSOL,MTYPE,HEC(18),NEPCN,
1 NPSFS,NUMFIP
C COMMON/CALDAS/CSIG3(8,10),CDIF(10,10),YPONT(8,10,10),
1 CPOIS(8,10,10),NCS(10,,NCD(10)
C COMMON/PEPE/SIG1,SIG3,ALFA,TMAX,OMEGA
C COMMON/PELE/CMCDE,CCPOS
C DIMENSION EMODE(3),ECCPC(3)
C IF(SIG1.GE.3.5.OR.SIG3.GE.3.5) GO TO 350
C IF=ABS(SIG1-SIG3)
C SIG3=ABS(SIG3)
C MCS=NCS(KK)
C MCD=NCD(KK)
C IF(SIG3.LT.CSIG3(1,KK)) GO TO 10
C IF(SIG3.GT.CSIG3(MCS,KK))GO TO 11
C DO 1 I=1,MCS
C IF(SIG3-CSIG3(I,KK))1CC,101,1
1CC KAT=I-1
GO TC 33

```

```

101 KAT=I
   GO TO 33
   1 CONTINUE
10 KAT=1
   GO TO 33
11 KAT=MCS
33 CONTINUE
   K=C
   IF(DIF.GT.CDIF(MCD,KK))GO TO 12
C   ULTIMO TRECPO DE CADA CURVA DEVE SER HORIZONTAL PARA QUE
C   LAT=LAT+1
   GO 2 J=1,MCD
   IF(DIF-CDIF(J,KK))200,202,2
200 LAT=J-1
   GO TO 22
202 LAT=J
   GO TO 22
   2 CONTINUE
12 LAT=MCD-1
22 CONTINUE
   EMCDE(KAT)=((YPONT(KAT,LAT+1,KK)-YPONT(KAT,LAT,KK))*(DIF-
1CDIF(LAT,KK)))/(CDIF(LAT+1,KK)-CDIF(LAT,KK))+YPONT(KAT,
2LAT,KK))
   ECCPC(KAT)=((CPCIS(KAT,LAT+1,KK)-CPCIS(KAT,LAT,KK))*(DIF-
1CDIF(LAT,KK)))/(CDIF(LAT+1,KK)-CDIF(LAT,KK))+
2CPCIS(KAT,LAT,KK)
   IF(K-1) 300,3,300
300 K=K+1
   IF(KAT.EQ.MCS) GO TO 13
   KAT=KAT+1
   GO TO 22
   3 CMODE=EMCDE(KAT-1)+((EMCDE(KAT)-EMCDE(KAT-1))*(SIG3-
1CSIG3(KAT-1,KK)))/(CSIG3(KAT,KK)-CSIG3(KAT-1,KK))
   COPCS=ECCPC(KAT-1)+((ECCPC(KAT)-ECCPC(KAT-1))*(SIG3-
1CSIG3(LAT-1,KK)))/(CSIG3(KAT,KK)-CSIG3(KAT-1,KK))
   GO TO 14
13 CMODE=EMCDE(KAT)
   CCPOS=ECCPC(KAT)
14 CONTINUE
   IF(COPCS.GE.0.48) COPCS=C.48000000
   GO TO 50
350 CMCD=100.
   COPOS=C.1
   50 CONTINUE
   IF(NPSPS.LT.1) GO TO 150
   CMODE=CMCD/(1.-COPOS*CCPOS)
   CCPCS=CCPOS/(1.-CCPOS)
150 CONTINUE
   RETURN
   END

```

```

C *****
C
C SUBROUTINE STIFF
C
C MONTA A MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DO SISTEMA
C
C *****
C SUBROUTINE STIFF
C COMMON NUMNP, NUMEL, NUMMAT, NUMSOL, MTYPE, HED(18), NEPCN,
1  NPSPS, NUMHIP
C COMMON/CRDARG/R(200), Z(200), LR(200), UZ(200), CODE(200)
C COMMON /BANARG/ MBAND, NUMBLK, B(160), A(160,80)
C COMMON/ANA/IX(60,9), N
C COMMON/CASELY/QQ(6), LADC, PP(6), XE(8,2)
C COMMON/COUTO/S(16,16)
C DIMENSION LM(8)
C LW=6
C WRITE(LW,510)
C 510 FORMAT(/,50X,'UR - UZ - STIFF - INICIO',/)
C WRITE(LW,110)(UR(I),UZ(I),I=1,NUMNP)
C 110 FORMAT(/,8(2X,F13.5))
C INICIALIZACAO
C REWIND 3
C NB=40
C ND=2*NB
C ND2=2*ND
C NUMBLK=0
C DO 50 N=1,ND2
C B(N)=0.0
C DO 50 M=1,ND
C 50 A(N,M)=0.0
C *****
C
C FORMA A MATRIZ DE RIGIDEZ EM BLOCOS
C
C *****
C 60 NUMBLK=NUMBLK+1
C NH=NB*(NUMBLK+1)
C NM=NH-NB
C NL=NM-NB+1
C KSHIFT=2*NL-2
C DO 210 N=1,NUMEL
C IF (IX(N,9)) 210,210,65
C 65 DO 80 I=1,8
C IF (IX(N,I)-NL) 80,70,70
C 70 IF (IX(N,I)-NM) 90,90,80
C AL CU= IX(N,I) CU=NM
C 80 CONTINUE
C GO TO 210
C 90 CALL ISCOPE

```

```

C*****
C
C      SOMA MATRIZ DE RIGIDEZ CCS ELEMENTOS A MATRIZ DE
C      RIGIDEZ GLOBAL
C
C*****
165 IX(N,9)=-IX(N,9)
    DO 166 I=1,8
166 LM(I)=2*IX(N,I)-2
    CC 200 I=1,8
    DO 200 K=1,2
      II=LM(I)+K-KSHIFT
      KK=2*I-2+K
      B(II)=B(II)
    DO 200 J=1,8
    CC 200 L=1,2
      JJ=LM(J)+L-II+1-KSHIFT
      LL=2*J-2+L
      IF(JJ) 200,200,175
175 IF(ND-JJ) 180,195,195
180 WRITE (6,2004) N
    GO TO 210
195 A(II,JJ)=A(II,JJ)+S(KK,LL)
C
C      S(KK,LL)=SA(KK,LL) - MATRIZ DE RIGIDEZ DE SAIDA DO ISOPE
C
C      200 CONTINUE
C      210 CONTINUE
C*****
C
C      ADICIONA CARGAS CONCENTRADAS AO BLOCO
C
C*****
    DO 250 N=NL,NM
      IF (N.GT.NUMNP) GO TO 250
251 K=2*N-KSHIFT
      B(K)=B(K)+UZ(N)
      B(K-1)=B(K-1)+UR(N)
250 CONTINUE
C      WRITE(LW,520)
C 520 FORMAT(/,3CX,'B(I) - STIFF - APOS ISOPE',/)
C      NUMNP=2*NUMNP
C      WRITE(LW,110)(B(IJI),IJI=1,NUMNP)
C      UR E UZ - FORÇAS CONCENTRADAS NAS DIRECOES X E Y RESPECT.
C*****
C
C      DESLOCAMENTOS - CONDICAOES DE FRONTEIRA
C
C*****

```

```

31C DO 400 M=NL,NH
    IF(M-NUMNP)315,315,400
315 L=0.000
    N=2*M-1-KSHIFT
    IF (CCCE(M)) 390,400,316
316 IF (CODE(M)-1.) 317,370,317
317 IF (CODE(M)-2.) 318,390,318
318 IF (CCCE(M)-3.) 390,380,390
37C CALL MCDIFY(A,B,ND2,MBAND,N,U)
    GO TO 400
38C CALL MCDIFY(A,B,ND2,MBAND,N,U)
39C L=C.CCC
    N=N+1
    CALL MCDIFY(A,B,ND2,MBAND,N,U)
40C CONTINUE
C*****
C
C     ESCRIVE O BLOCC DE EQLACCES EM FITA OU DISCO E SOBRE
C     C BLOCO INFERIOR
C
C*****
C     DO 999 N=1,ND
C     999 WRITE(3) B(N),(A(N,M),M=1,MBAND)
C     WRITE(LW,1998)
C1998 FORMAT(/,50X,'MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL',/)
C     WRITE(LW,1999)((A(NI,MI),MI=1,ND),NI=1,MBAND)
C1999 FORMAT(/,9(2X,E11.4))
C
C     DO 420 N=1,ND
C     K=N+ND
C     B(N)=B(K)
C     B(K)=0.0
C     DO 420 M=1,ND
C     A(N,M)=A(K,M)
C     42C A(K,M)=C.C
C*****
C
C     VERIFICACAO PARA O ULTIMO BLOCC
C
C*****
C     IF (NM-NLMNP) 6C,480,48C
C     48C CONTINUE
2004 FORMAT (37HOLARGURA DE BANDA EXCEDE O PERMITIDO I4)
50C RETURN
END

```



```

C *****
C
C SUBROUTINE BANSOL
C
C ESTA SUBROTINA RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES
C FORNECENDO COMO RESULTADO OS DESLOCAMENTOS NODAIS
C
C *****
C SUBROUTINE BANSOL
C COMMON /BANARG/ MM,NUMBLK,B(160),A(160,80)
C AN=80
C NL=NN+1
C NH=NN+NN
C REWIND 1
C REWIND 3
C NB=0
C GC TC 150
100 NB=NB+1
C DO 125 N=1,NN
C AM=AN+N
C B(N)=B(NM)
C B(NM)=0.0
C CC 125 M=1,MM
C A(N,M)=A(NM,M)
125 A(NM,M)=0.0
C *****
C
C LE BLOCO DE EQUACOES SEGUINTE
C
C *****
150 CC 999 N=NL,NH
999 READ(3) B(N),(A(N,M),M=1,MM)
IF (NB) 200,100,200
200 CC 300 N=1,NN
IF (A(N,1)) 225,300,225
225 B(N)=B(N)/A(N,1)
CC 275 L=2,MM
IF (A(N,L)) 230,275,230
230 C=A(N,L)/A(N,1)
I=N+L-1
J=0
DO 250 K=L,MM
J=J+1
250 A(I,J)=A(I,J)-C*A(N,K)
B(I)=B(I)-A(N,L)*B(N)
A(N,L)=C
275 CONTINUE
300 CONTINUE

```

```

C*****
C
C   ESCREVE BLOCC DE EQUACOES REDUZIDAS NA MEMORIA
C   AUXILIAR NUMERC 1
C
C*****
      IF (NUMBLK-NB) 375,400,375
375 DO 998 N=1,NN
998 WRITE (1) B(N),(A(N,M),M=2,MM)
      GO TO 100
400 DO 450 M=1,NN
      N=NN+1-M
      DO 425 K=2,MM
      L=N+K-1
425 B(N)=B(N)-A(N,K)*B(L)
      NM=N+NN
      B(NM)=B(N)
450 A(NM,NB)=B(N)
      NB=NB-1
      IF (NB) 475,500,475
475 CC 997 N=1,NN
997 BACKSPACE 1
      CC 996 N=1,NN
996 READ(1) B(N),(A(N,M),M=2,MM)
      DO 995 N=1,NN
995 BACKSPACE 1
      GO TO 400
500 K=C
      DO 600 NB=1,NUMBLK
      DO 600 N=1,NN
      NM=N+NN
      K=K+1
600 B(K)=A(NM,NB)
      RETURN
      END

```

```

C *****
C
C   S U B R O T I N A   H I P E R
C
C   ESTA SUBROTINA CALCULA O MODULO DE ELASTICIDADE E O
C   COEFICIENTE DE POISSON EM FUNCAO DAS TENSORES PRINCIPAIS
C   PELA FORMA FUNCIONAL PARA ANALISE NAO LINEAR
C
C   OS LIMITES DE TRACAO SAO ADOTADOS DE ENSAIOS REALIZADOS
C   POR PAULO CRUZ EM SOLOS ARGILOSOS (GNAISS)
C
C *****
C   SUBROUTINE HIPER (K1)
C   COMMON NUMNP,NUMEL,NUMMAT,NUMSCL,MTYPE,HED(18),NEPCN,
1      NPSPS,NUMHIP
C   COMMON/RILKE/CCNS(10),COES(10),PHA(10),EXPN(10),RF(10),
*PARML(10),PARMM(10),EXPQ(10),PA
C   COMMON/PEPE /SIG1,SIG3,ALFA,TMAX,OMEGA
C   COMMON/PELE /CMCDE,COPOS
C   IF(SIG1.GE.3.5.OR.SIG3.GE.3.5) GO TO 350
C   ASIG3=ABS(SIG3)
C   IF(ASIG3.LE.0.1) SIG3=0.1
C   PRF=RF(K1)
C   PARAML=PARML(K1)
C   ARGUM=ABS(SIG3/PA)
C   PABS=ABS(PA)
C   IF(EXPN(K1).LT.0.0) GO TO 10
C   ARGN=(ARGUM)**EXPN(K1)
C   GO TO 12
10  AEXPN=ABS(EXPN(K1))
C   ARGN=1.0/((ARGUM)**AEXPN)
12  EI=CONS(K1)*PABS*ARGN
C   DEV=ABS(SIG1-SIG3)
C   PHAA=(PHA(K1)*3.14159265)/180.00
C   SENO=SIN(PHAA)
C   CSEN=CCS(PHAA)
C   DNUM=PRF*DEV*(1.-SENO)
C   DENO=2.*(CCES(K1)*CSEN+ASIG3*SENO)
C   CCLC=(1.-(DNUM/DENO))
C   IF(PRF.LE.0.)GO TO 35
C   COLC2=CCLC*COLC
C   CMCDE=COLC2*EI
C   GO TO 40
35  CMCDE=CCNS(K1)
40  IF(PARAML.LE.0.)GO TO 45
C   ED1=(DEV/(EI*COLC))*100.
C   PDIF=PARMM(K1)-1.
C   IF(PDIF.LT.0.0) GO TO 14
C   ED2=(ED1)**PDIF
C   GO TO 16

```

```

14 APDIF=ABS(PDIF)
   ED2=1.0/((ED1)**APDIF)
16 CONTINUE
   IF(EXPQ(K1).LT.0.0) GO TO 18
   ARGUQ=(ARGUM)**EXPQ(K1)
   GO TO 20
18 AEXPQ=ABS(EXPQ(K1))
   ARGUQ=1.0/((ARGUM)**AEXPQ)
20 COPCS=PARAML*PARMM(K1)*ARGUQ*ED2
   GO TO 50
45 CCPCS=PARMM(K1)
   GO TO 50
350 CMODE=100.
   CCPCS=0.1
50 CONTINUE
   IF(COPOS.GE.0.48) COPOS=0.48000000
   IF(NPSPS.LT.1) GO TO 150
   CMODE=CMODE/(1.-COPCS*CCPCS)
   COPOS=COPOS/(1.-COPOS)
150 CCNTINUE
   RETURN
   END

```

```

C *****
C
C      S U B R O T I N A      M O D I F Y
C
C *****
C      SUBROUTINE MODIFY(A,B,NEQ,MBAND,N,U)
C      DIMENSION A(160,80),B(160)
C      DO 250 M=2,MBAND
C      K=N-M+1
C      IF(K) 235,235,230
230 B(K)=B(K)-A(K,M)*U
C      A(K,M)=0.0
235 K=N+M-1
C      IF(NEQ-K) 250,240,240
240 B(K)=B(K)-A(N,M)*U
C      A(N,M)=0.0
250 CONTINUE
C      A(N,M)=0.0
C      A(N,1)=1.0
C      B(N)=U
C      RETURN
C      END

```

A P Ê N D I C E 3MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA AUTOMÁTICO CAPRI

PROGRAMA CAPRI PARA IBM 1130

Programado por Claudio F. Mahler - COPPE/UFRJ 1973.

IDENTIFICAÇÃO.

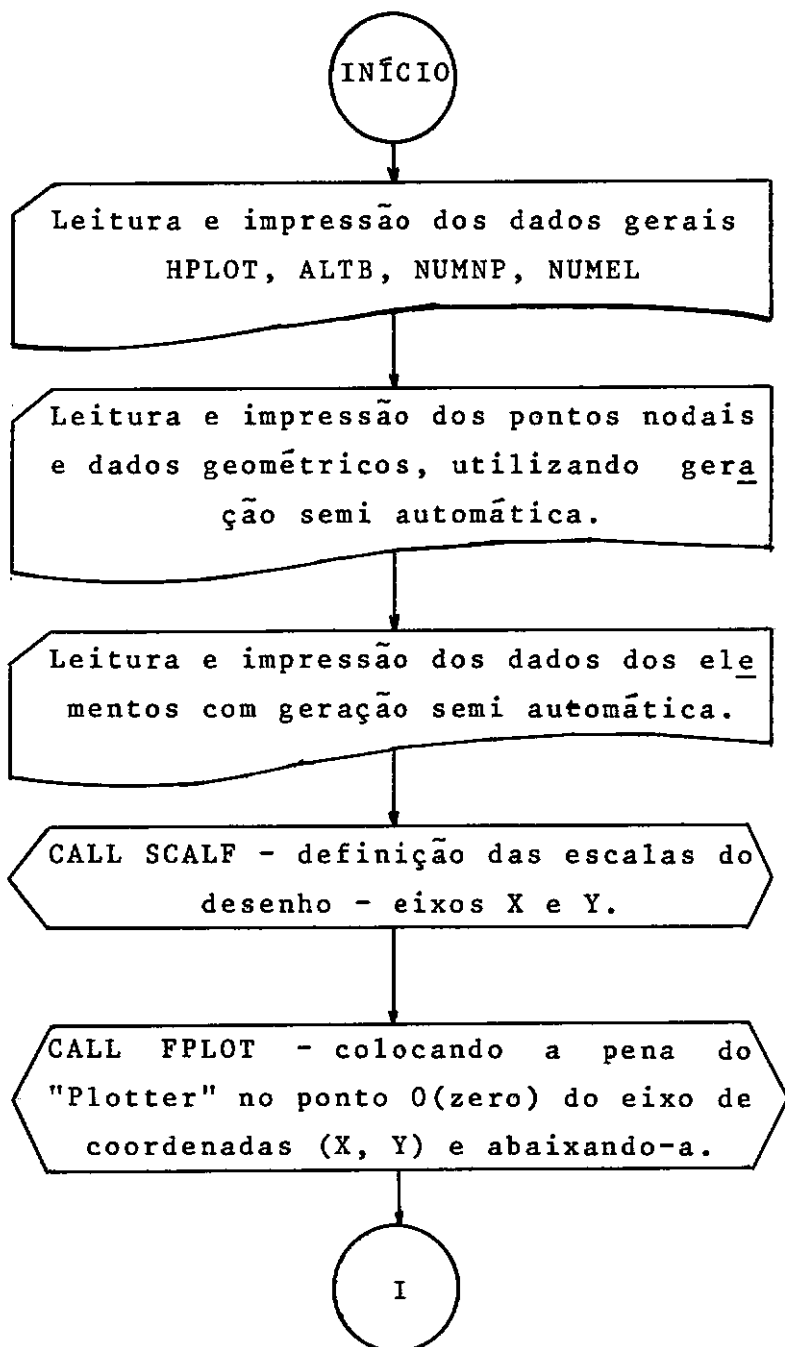
Programa automático codificado utilizando-se das soluções técnicas fornecidas pela Linguagem Fortran II, de geração semi automática dos dados e das subrotinas SCALF, FPLOT, POINT, arquivadas em disco no sistema IBM 1130 do NCE-UFRJ, para permitir a utilização da unidade de saída "PLOTTER" - IBM-1627.

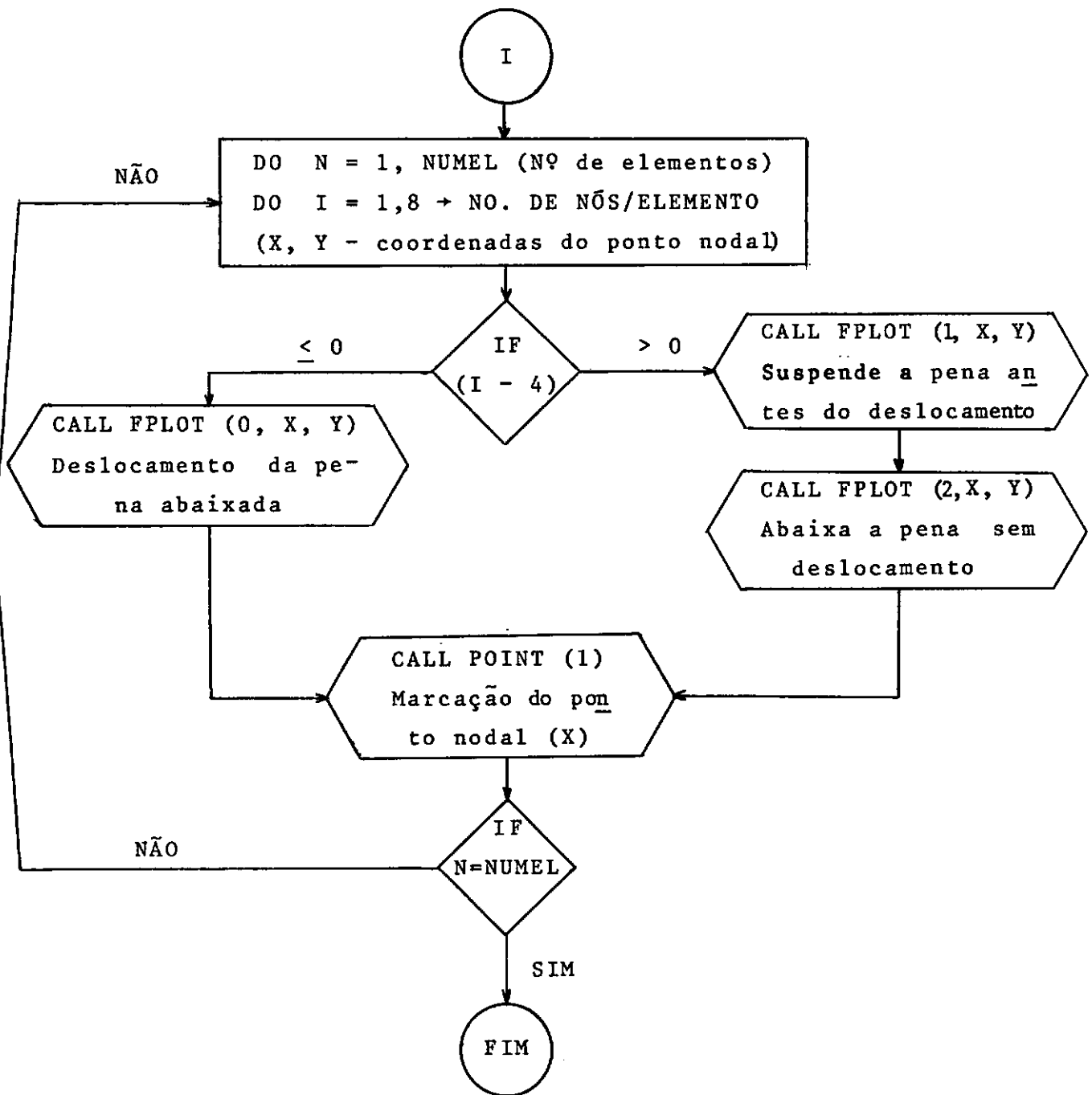
DESÍGNIO.

A finalidade é verificar, num Computador Digital de menor porte, portanto, economicamente mais acessível, a rede de elementos finitos, (isoparamétricos quadráticos da Família Serendipity), projetada para um dado problema e traçar o desenho da referida rede. Devido a esta duplicidade de saída, na Impressora e no "Plotter", torna-se impossível deletar erros de dados geométricos, por vezes bastante difíceis de observar evitando pois, grandes desperdícios e conômicos na análise pelo Método dos Elementos Finitos.

SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES.

Por ser um programa bastante simples, não é necessá-ria uma apresentação detalhada da sequência de operações (ver fluxograma a seguir). A listagem do programa é apresentada no Apêndice 4. Explicações sobre as subrotinas utilizadas para o traçado do "Plotter" ver PACITTI (1970). A geração semi automática dos pontos nodais e elementos está explicada no Apêndice 1.

FLUXOGRAMA.



OBSERVAÇÕES.

MEMÓRIA - com uma rede de 200 pontos nodais e 50 elementos, o programa ocupa uma memória de aproximadamente 12Kbytes, no Computador IBM 1130.

ESCALA - determinada pela relação entre HPLLOT e ALTC.

ENTRADA DOS DADOS

1) Cartão de controle (F10.0, 2I5)

1-10	HPLOT	altura do desenho (em polegadas)
11-20	ALTB	altura do modelo em estudo
21-25	NUMNP	número de pontos nodais
26-30	NUMEL	número de elementos

2) Cartões dos Pontos Nodais

Idem ao item 5, de Entrada dos Dados do Apêndice 1.

3) Cartões dos Elementos

Idem ao item 6 de Entrada dos Dados do Apêndice 1.

SAÍDA DOS PROGRAMAS

Haverá duas saídas.

1) Saída pela Impressora - se algum dos pontos nodais for erroneamente fornecido, o programa é truncado, havendo saída de dados apenas até o ponto do truncamento. Não existindo truncamento nesta fase, saem todos os dados geométricos fornecidos e gerados (pontos nodais e elementos).

2) Saída pelo "Plotter" - ocorre somente após a saída pela impressora, podendo haver ou não truncamento, durante o traçado do Plotter devido a erro nos dados fornecidos não deletado no programa ou a erro na escala adotada para o desenho.

A P Ê N D I C E 4

PROGRAMA AUTOMÁTICO CAPRI

```

// FOR CLAUDIO FERNANDO MAHLER
*LIST SOURCE PROGRAM
*ICCS(2501READER,1403PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER)
*CNE WCRC INTEGERS
C *****
C
C   P R O G R A M A       C A P R I
C
C   ESTE PROGRAMA CHECA A REDE DE ELEMENTOS FINITOS
C   ADOPTADA CONSTITUIDA POR ELEMENTOS ISOPARAMETRICOS
C
C *****
C   DIMENSION CODE(200),R(200),Z(200),IX(50,200)
C   LR=8
C   LW=5
C   READ(LR,12)HPLCT,ALTB,NUMNP,NUMEL
C   SCALE=HPLCT/ALTB
C   WRITE(LW,14)HPLCT,ALTB
14  FORMAT(/,2X,'ALTURA DE PLOTAGEM (POLEG) =',F10.4,5X,
1'  ALTURA DA BARRAGEM  =',F10.4,/)
C   WRITE(LW,11)SCALE,NUMNP,NUMEL
C   WRITE(LW,2004)
C   L=0
60  READ(LR,1002)N,CODE(N),R(N),Z(N)
C   NL=L+1
C   ZX=N-L
C   IF(L)70,70,65
65  CR=(R(N)-R(L))/ZX
C   CZ=(Z(N)-Z(L))/ZX
70  L=L+1
C   IF(N-L)100,90,80
80  CODE(L)=0.0
C   ICD=CODE(N)
C   IF(ICD-3)85,86,85
86  CODE(L)=3.0
85  R(L)=R(L-1)+CR
C   Z(L)=Z(L-1)+CZ
C   GO TO 70
90  WRITE(LW,2002)(K,CODE(K),R(K),Z(K),K=NL,N)
C   IF(NUMNP-N)100,110,60
100 WRITE(LW,2009)N
C   CALL EXIT
110 CONTINUE
C   WRITE(LW,2001)
C   N=C
130 READ(LR,10) M,(IX(M,I),I=1,9)
140 N=N+1
C   IF(M-N)170,170,150
150 IX(N,1)=IX(N-1,1)+2
C   IX(N,2)=IX(N-1,2)+2

```

```

IX(N,3)=IX(N-1,3)+2
IX(N,4)=IX(N-1,4)+2
IX(N,5)=IX(N-1,5)+1
IX(N,6)=IX(N-1,6)+2
IX(N,7)=IX(N-1,7)+1
IX(N,8)=IX(N-1,8)+2
IX(N,9)=IX(N-1,9)
17C WRITE(LW,2C03)N,(IX(N,I),I=1,9)
   IF(M-N)180,180,140
18C IF(NUMEL-N)19C,190,130
19C CONTINUE
   CALL SCALF(SCALE,SCALE,C.,C.)
   DO 5C N=1,NUMEL
   DO 45 I=1,8
   NEL=IX(N,I)
   X=R(NEL)
   Y=Z(NEL)
   IF(I-4)30,30,35
35  CALL FPLCT(1,X,Y)
   CALL FPLCT(2,X,Y)
   GO TO 46
30  CALL FPLCT(3,X,Y)
   CALL FPLCT(2,X,Y)
46  CALL PCINT(1)
   IF(I-8)45,40,40
40  CALL FPLCT(1,X,Y)
45  CONTINUE
50  CONTINUE

```

C
C
C

FORMATCS

```

10  FORMAT(10I5)
11  FORMAT(//,2X,'SCALE=',F10.3,10X,'NUMNP=',I5,10X,'NUMEL=',
115,/)
12  FORMAT(2F10.0,2I5)
1002 FORMAT(I5,F5.0,2F10.0)
2001 FORMAT(////,5X,'ELEMENTO NO.',6X,'KI',4X,'KJ',4X,'KK',4X,'
1KL',4X,'LI',4X,'LJ',4X,'LK',4X,'LL',5X,'MATERIAL',/)
2002 FORMAT(I5,1CX,F5.1,7X,F10.5,7X,F10.5)
2003 FORMAT(I13,8I6,I8)
2004 FORMAT(/,3X,'NP',10X,'CCDE',10X,'X-ABCIS',10X,'Y-ORDEN',/)
2005 FORMAT(/,2X,'CARTAO CCM PCNTC NCDAL ERRACC N=',I5)
   CALL EXIT
END

```

A P Ê N D I C E 5ALGUMAS SUGESTÕES PARA PESQUISA

- 1) Adaptação do programa para simular outros casos de obras de terra (escavações, por exemplo).
- 2) Incluir o atrito entre elementos, o que pode ser importante quando dois materiais adjacentes são bastante diferentes (solo-estrutura, por exemplo)
- 3) Estender o programa para análise tridimensional.
- 4) Elaborar um programa com três variáveis (x, y, t) onde t é o tempo, para estudo, por exemplo de deformações a longo prazo em barragens.
- 5) Repetir os estudos feitos em barragens homogêneas considerando-as heterogêneas, variando a inclinação dos taludes de montante e jusante, etc.
- 6) Repetir as análises feitas em barragens homogêneas considerando-as assentes em fundação não rígida.
- 7) Simular ensaios de laboratório com caminho de tensões não convencionais.
- 8) Realizar um estudo aprofundado da influência do coeficiente de Poisson nos resultados.
- 9) Estudar a influência dos fatores comentados no Capítulo VIII na determinação do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson.
- 10) Estudar para diferentes materiais, as formas funcionais apresentadas para simulação das curvas tensão-deformações. Compará-las com a simulação digital. (Propor outras formas caso os resultados obtidos não sejam satisfatórios.